

ВИДАВЦІ:

Головне управління
освіти і науки
Полтавської обласної
державної адміністрації

Полтавський обласний
інститут післядипломної
педагогічної освіти
ім. М.В.Остроградського

РЕДАКЦІЙНА РАДА:

В.В.Зелюк (голова),
А.І.Бардаченко, С.Ф.Клепко,
М.В.Гришова,
Н.М.Барболіна, І.О.Кіптілий

РЕДКОЛЕГІЯ:

О.А.Білоусько, А.М.Бойко,
Б.П.Будзан, М.С.Вашуленко,
М.В.Гришова, В.В.Громовий,
К.Ж.Гуз, М.Б.Євтух,
В.В.Зелюк, В.М.Золотухіна,
І.А.Зязюн, В.Р.Льченко,
В.Г.Кремень, О.М.Кривуля,
М.Д.Кулгасва, В.С.Лутай,
О.О.Мамалуй,
В.І.Мирошніченко,
В.Ф.Моргун, Л.І.Нічуговська,
Н.М.Тарасевич, Г.Хіллів

Головний редактор:

С.Ф.Клепко

Відповідальний секретар:

І.О.Кіптілий

Літературні редактори:

О.Є.Козлов, О.В.Стоцька

Технічний редактор,

макет та верстка:

Т.В.Шарлай

Оператор:

Н.Ю.Землякова

Відповідальність за підбір і виклад
фактів у підписаних статтях
несуть самі автори. Висловлені в
цих статтях думки можуть не
збігатися з точкою зору редколегії.
Рукописи не горять, але і не повер-
таються.

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

36029, Полтава,
вул. Жовтнева, 64
(05322) 7-26-08;
тел./факс: 50-80-85
e-mail: redpm@pei.poltava.ua
http://ipe.poltava.ua

Реєстраційне свідоцтво:

ПЛ № 51 від 17 лютого 1994 р.

© ПОІППО

Підписано до друку 7.07.2009

Формат 61x80¹/₈.

Ум. друк. арк. 9,6.

Тираж 400.

ТОВ "Довкілля-К"
вул.Примакова, 12 а, кв. 54,
м. Полтава, 36034
тел. (0532) 508-478

Постановою Президії ВАК
України від 09.06.1999, №1-05/7

"ПМ" включено у перелік
наукових видань, у яких можуть
публікуватися основні
результати дисертаційних робіт.

Журнал "ПМ" № 4 (88), 2009 р.
підписано до друку за рішенням
вченої ради ПОІППО (протокол
№ 3 від 05.06.2009 р.).

ISSN 1815-3194

ФІЛОСОФІЯ ОСВІТИ

Підготовка вчителя до забезпечення якості освітньо-
виховного процесу в Україні

І.А.Зязюн 2

Проблема урізноманітнення демократичної освіти

О.В.Тягло 10

Взаємозв'язок процесів суспільного прогресу з основними
тенденціями в розвитку системи освіти

В.Е.Лунячек 13

ПЕДАГОГІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Тренінги з планування розвитку сучасної школи

Г.О.Сиротенко 20

Системне моделювання процесу розв'язування текстових
математичних задач: кібернетичний підхід

В.А.Кушнір, Г.А.Кушнір, Р.Я.Різняк 22

Поради щодо підготовки випускного вечора у навчальному
закладі

Н.В.Настенко, Л.С.Співак, Т.В.Яценко 28

Використання комп'ютерних технологій у вихованні
екологічних ціннісних орієнтацій підлітків на уроках
географії

Є.В.Копилець 37

Основні засади формування ІКТ-компетентності
вчителя-предметника

Л.С.Голодюк 41

Сутність поняття ІКТ-компетентності педагога

Л.А.Чернікова 46

УКРАЇНСЬКЕ КОЛО

Вплив особистості гетьмана І.С. Мазепи на розвиток
державності України

П.В.Ворона 51

До питання щодо вивчення повстання за незалежність на
чолі з Іваном Мазепою та Полтавської битви у
загальноосвітніх навчальних закладах

І.О.Мищенко 55

Формування патріотизму, свідомої громадянської позиції
та зміцнення моральності учнівської молоді: досвід і
проблеми

В.В.Зелюк 57

РЕПЕРМЕЖИОДИКА

Генезис науково-теоретичних уявлень про феномен
педагогічної майстерності

О.А.Лавріненко 60

В статті розглядається використання системного моделювання при розв'язуванні текстових математичних задач у контексті структуризації створення та реалізації евристичних алгоритмів розв'язування.

В статье рассматривается использование системного моделирования при решении текстовых математических задач в контексте структуризации создания и реализации эвристических алгоритмов решения.

The using of system modeling when solving text mathematical problems in the movement of structurization of working out and realization of heuristic algorithms of solution is considered in the article.

СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ: КІБЕРНЕТИЧНИЙ ПІДХІД

В.А.Кушнір, Г.А. Кушнір, Р.Я.Ріжняк

Проблема формування в учнів умінь, необхідних для розв'язування текстових задач, завжди була однією із найскладніших. Особливо це стало помітним в умовах "інформаційного буму" наукових відкриттів і необхідністю якимось чином відобразити тенденції розвитку суспільства й відповідні новітні досягнення науки в шкільних навчальних програмах з математики. Це, в свою чергу, вимагає скорочення навчальних годин традиційного змісту математичної освіти і їх збільшення на нову навчальну інформацію. Так, з виникненням інформаційного суспільства потрібно було збільшити навчальні години на інформатику. Тому виникла необхідність зменшення кількості годин на розв'язання текстових задач у школі, що й було зроблено. Виходячи з цього, нагальною стала потреба у розробці інноваційних підходів до навчання учнів розв'язування текстових задач. Одним із таких підходів може бути запропонована нами технологія розв'язання текстових задач за допомогою загальних евристичних алгоритмів стосовно певного класу текстових математичних задач.

Метою статті є створення евристичних алгоритмів розв'язування текстових задач, що спростить пошук відповідей суб'єктами розв'язання цих задач. Об'єктом дослідження є задачі на процеси, що характеризуються трьома величинами [3]: перша величина – M (наприклад, шлях, робота), друга величина – m (швидкість, продуктивність), третя величина – n (час), а предметом – створення евристичних алгоритмів розв'язання вказаного типу текстових задач. У кожному процесі між основними елементами предметної області задачі завжди буде виконуватися співвідношення:

$$M = m * n$$

Однак тип задач на процеси не обмежується лише задачами на рух та роботу. В цьому дослідженні об'єктом буде задача на відсотки, у якій основний компонент задач-

ної ситуації характеризується співвідношенням

$$a = b * \frac{n}{100},$$

де a – частина цілого, b – ціле, n – відсоток частини в цілому.

Умову текстової задачі можна розбити на вихідні дані задачі й сформоване запитання (проблему), на яке потрібно знайти відповідь.

Вихідну задачну ситуацію можна тлумачити як систему, яка складається з вихідних даних та запитання, на котре потрібно знайти відповідь.

При цьому поле можливостей (поле можливих дій) для суб'єкта розв'язування задачі (окремого учня чи разом з учителем класу в цілому) буде слабко структурованим і тому визначення напрямку дій викликає в суб'єкта розв'язування задачі значні труднощі.

Процес розв'язування задачі будемо тлумачити як подолання (розв'язування) задачної ситуації.

Розв'язуванням задачної ситуації будемо називати процес перетворення її моделей аж до отримання розв'язку текстової задачі. Тоді все про задачну ситуацію стає відомим і задачна ситуація у контексті її розуміння як проблемної ситуації зникає.

Перетворення моделей задачної ситуації полягає в доповненні вихідної системної моделі задачної ситуації новими елементами, які будуть зменшувати невизначеність задачної ситуації й збільшувати її визначеність аж до повної відповіді на запитання в задачі.

На мові інформації такий процес означатиме поповнення інформації про задачну ситуацію до моменту, коли інформації про задачну ситуацію буде достатньо для отримання кінцевої відповіді на запитання, що стояло в умові задачі.

Поле можливих дій суб'єкта розв'язання задачної ситуації в процесі перетворення її

моделі ставатиме більш структурованим і в кінцевому підсумку перетвориться в однозначний алгоритм (у розумінні Ф.Неймана чи В.Глушкова) розв'язування задачної ситуації, за яким і будуть отриманні потрібні відповіді.

Доповнюючи (перетворюючи) попередню модель задачної ситуації ми отримуємо нову модель на кожному кроці такого перетворення. По суті мова йде про системне моделювання процесу розв'язування задачі у вигляді створення послідовності системних моделей задачної ситуації, що й приведе до отримання розв'язку задачі.

Послідовність і правила побудови відповідних моделей задачної ситуації ми визначимо у вигляді "приписів алгоритмічного типу" (Л.Ланда), або в у вигляді "евристичного алгоритму" (Д.Пойя).

Евристики будуть створювати для суб'єкта розв'язування задачі більш структуроване поле можливостей у вигляді визначальних моментів перетворення моделі задачної ситуації, а саме в моменти створення наступних моделей. Водночас самі такі моменти можна вважати за часткові задачні ситуації.

Отже, евристичний алгоритм процесу розв'язання задачної ситуації буде складатися з основних евристик (приписів), що визначатимуть моменти створення чергової моделі задачної ситуації, та "часткових" евристик, котрі визначатимуть процес створення відповідної чергової моделі задачної ситуації.

Розглянемо детальніше висловлені ідеї на прикладі двох задач, взятих з [4] та [1].

Задача 1. Маємо два сплави (розчини і таке подібне) з концентрацією речовини Р відповідно x та y відсотків. У якому співвідношенні слід взяти ці сплави (розчини і таке подібне), щоб отримати сплав з концентрацією речовини Р рівною z ?

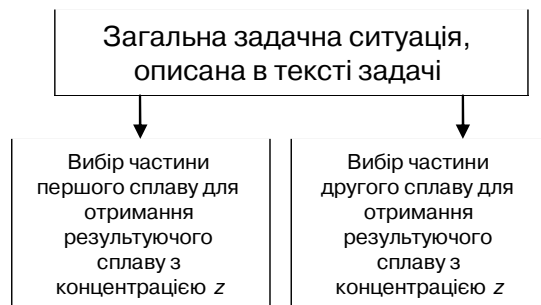


Рис. 1. Ієрархічна модель задачної ситуації задачі 1

Дана задача лежить в основі розв'язування більш складних задач на відсотки та частини. Зобразимо ієрархію задачної ситуації у вигляді графа, а потім від неї перейдемо до структурної моделі у вигляді матриці інформації.

Не втрачаючи загальності, покладемо, що $y < z < x$. Ми пропонуємо такий метод розв'язування задачі, який відобража-

тиме структуру задачної ситуації. Нехай результуючий сплав (розчин і таке подібне) отримано у кількості $a+b$. Врахуємо, що ми візьмемо для цього першого сплаву у кількості a , а другого сплаву – у кількості b . Надалі потрібно заповнити клітини матриці інформації, виходячи з умови задачі та позначень невідомих величин. Пояснимо основні особливості створення структурної моделі задачної ситуації (рис. 2), яка містить опис обох ситуацій, зображених ієрархічною моделлю (рис. 1). По горизонталі задачна ситуація характеризується трьома параметрами: вагою речовини Р у сплаві, вагою сплаву та частиною речовини Р у сплаві. Вертикальні стовпчики описують кількісні характеристики першого та другого сплавів та кількісні характеристики сплаву, що отримався. Оскільки за умовою задачі x – відсотковий вміст речовини Р у першому сплаві, y – відсотковий вміст речовини Р у другому сплаві, z – відсотковий вміст речовини Р у сплаві, що отримався, то

$$\begin{aligned} & \text{частина речовини Р у першому сплаві} - \frac{x}{100} \\ & \text{у другому сплаві} - \frac{y}{100}, \\ & \text{у сплаві, що отримався} - \frac{z}{100} \\ & \text{а вага речовини Р у першому сплаві} - a * \frac{x}{100}, \\ & \text{у другому сплаві} - b * \frac{y}{100} \\ & \text{а в результуючому сплаві} - (a + b) * \frac{z}{100}. \end{aligned}$$

Ідея створення матриці інформації задачної ситуації полягає в тому, що:

- 1) після введення невідомих величин x , y , z заповнюємо клітини матриці інформації;
- 2) у матриці інформації зображуємо зв'язки між її елементами (клітинами) у вигляді рівностей у стовпчиках та рядках.
- 3) Серед цих рівностей знаходимо рівняння чи систему рівнянь і, цим самим, побудуємо модель задачної ситуації у вигляді рівнянь, із яких і знайдемо відповідь.

Модель задачної ситуації у вигляді рівняння є розв'язуючою (з якої отримуємо розв'язок) і позначається на структурній моделі (рис. 2) зафарбованими клітинками. В результаті отримуємо рівняння (1).

Вага речовини Р в сплаві	$a * \frac{x}{100}$	+	$b * \frac{y}{100}$	=	$(a + b) * \frac{z}{100}$
Вага сплаву	a	+	b	=	$a + b$
Частини речовини Р в сплаві	$\frac{x}{100}$		$\frac{y}{100}$		$\frac{z}{100}$
	1-й сплав (розчин і т.п.)		2-й сплав (розчин і т.п.)		Сплав (розчин і т.п.), що отримався

Рис. 2. Структурна модель задачної ситуації задачі 1

$$a * \frac{x}{100} + b * \frac{y}{100} = (a+b) * \frac{z}{100} \quad (1)$$

Здійснивши елементарні перетворення: помножимо рівність на 100, зведемо подібні доданки при a та b , розділимо отриману рівність на добуток $b*(x-z)$, отримаємо співвідношення (або пропорцію) (2).

$$\frac{a}{b} = \frac{z-y}{x-z} \quad (2)$$

Аналогічний результат розв'язування задачі отриманий в [4], однак наш метод тісно пов'язаний із наочними (у вигляді ієрархії та матриці інформації) моделями задачної ситуації, що відображає структуру самої задачі та процес її розв'язування, чого немає в [4]. При цьому суб'єкт розв'язування задачі здійснює аналіз і синтез у вигляді системного підходу до створення системних моделей задачної ситуації у вигляді системи, що дозволяє наочно відображати як цілісність (у вигляді матриці), так і структуру задачної ситуації (у вигляді клітин матриці та зв'язків між ними). Використаємо роздуми щодо розв'язування цієї задачі для подальшого аналізу та розв'язування досить складної задачі 2 (вправа 13.378 з [1]).

Задача 2. Два шматки сплаву масами 6 і 8 кг мають різний відсотковий вміст міді. Від першого шматка відтяли деяку частину, а від другого – частину, у два рази більшу за масою, ніж від першого. Кожну з відтятих частин сплавили з рештою іншого шматка, після чого дістали два нових сплави з однаковим відсотковим вмістом міді. Яка маса кожної з частин, відтятих від кожного з шматків початкових сплавів?

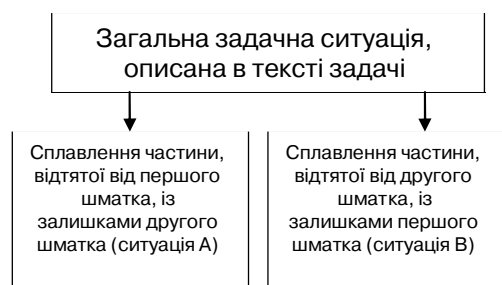


Рис. 3. Ієрархічна модель задачної ситуації задачі 2

Умова задачі у вигляді тексту є вербальною моделлю певної проблемної ситуації і, по суті, задає задачну ситуацію як систему даних і запитання задачі.

Першою евристикою процесу розв'язання задачної ситуації буде створення моделі задачної ситуації у вигляді ієрархії її складових (рис 3). Така модель створюється на основі даних задачі і відображатиме порядок складових (субординацію) у системі "задачна ситуація". Однак створена іє-

рархічна модель задачної ситуації не відображає проблему задачної ситуації (запитання задачі) та зв'язки між складовими системи "задачна ситуація".

Другою основною евристикою процесу розв'язання задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді матриці (таблиці) інформації. Ця модель створюється на основі умови задачі й попередньої ієрархічної моделі. "Частковими" евристикою створення моделі задачної ситуації на цьому етапі будуть такі:

1. Матриця інформації матиме три основні рядки, які характеризуватимуть кількісні показники частини цілого, цілого та відсотку частини в цілому, а також дві групи стовпців, які відображають дві складові ієрархічної моделі (ситуації А та В). Елементарними складовими такої системної моделі задачної ситуації будуть клітини матриці інформації.

Окрім цього потрібно між основними рядками і стовпцями виділити ще вільні рядки і стовпці для відображення зв'язків між елементами системи "матриця інформації".

2. Вводимо невідомі величини і заповнюємо клітини матриці інформації у відповідності з даними вербальної та ієрархічної моделей задачі.

3. Зображуємо зв'язки між основними компонентами (клітинами) матриці інформації:

3.1. Вертикальні зв'язки визначаються співвідношенням

$$a = b * \frac{n}{100},$$

де a – частина цілого, b – ціле, n – відсоток частини в цілому.

3.2. Горизонтальні зв'язки визначаються із умов задачі та з аналізу задачної ситуації на основі її попередніх моделей.

4. Серед можливих рівностей у матриці інформації визначаємо рівняння, з яких буде визначена невідома величина (чи невідомі величини).

Реалізуємо вказані евристики на прикладі згаданої задачі. Визначимо такі компоненти ієрархічної моделі задачної ситуації: – сплавлення частини, відтятої від першого шматка, із залишками другого шматка (ситуація А); сплавлення частини, відтятої від другого шматка, із залишками першого шматка (ситуація В) (див. рис. 3). Введемо позначення невідомих величин: x – відсотковий вміст міді у першому шматку сплаву, y – відсотковий вміст міді у другому шматку сплаву, z – відсотковий вміст міді у шматках сплавів, що отрималися, m – маса частини, відтятої від першого шматка.

Тепер заповнимо клітини матриці інформації, виходячи з умови основної задачі та позначень невідомих величин. Пояснимо основні особливості створення такої матриці, яка зображає структурну модель задач-

ної ситуації (див. рис. 4). Структурна модель містить опис обох ситуацій, зображених в ієрархічній моделі (рис. 3). По горизонталі задачна ситуація характеризується аналогічно до структурної моделі попередньої задачі 1 трьома параметрами – вагою міді у сплаві, вагою сплаву та частиною міді у сплаві. Вертикальні стовпчики описують кількісні характеристики ситуацій А та В. При аналізі ситуації А виділимо три її компоненти: кількісні характеристики шматка, відтятого від першого сплаву; кількісні характеристики залишку другого сплаву; кількісні характеристики сплаву, що отримався.

Вага міді в сплаві	?	=	?	+	?	?	+	?	=	?
Вага сплаву	8-т	=	т	+	8-2т	6-т	+	2т	=	6+т
Частина міді в сплаві	$\frac{z}{100}$		$\frac{x}{100}$		$\frac{y}{100}$	$\frac{x}{100}$		$\frac{y}{100}$		$\frac{z}{100}$
	сплав, що отримався		1-й сплав		2-й сплав	1-й сплав		2-й сплав		сплав, що отримався
	Ситуація А					Ситуація В				
	Загальна задачна ситуація, описана в тексті задачі									

Рис. 4. Структурна модель задачної ситуації задачі 2

Справді, оскільки x – відсоток частки міді у першому шматку сплаву, y – відсоток частки міді у другому шматку сплаву, z – відсоток частки міді у шматках сплавів, що отрималися, то частина міді

$$\begin{aligned} \text{у першому сплаві} & - \frac{x}{100} \\ \text{у другому сплаві} & - \frac{y}{100} \\ \text{у сплаві, що отримався} & - \frac{z}{100} \end{aligned}$$

Оскільки t – маса частини, відтятої від першого шматка, то від другого шматка за умовою задачі відтяли $2t$. Тоді маємо, що t кг першого шматка сплавають з частиною другого шматка, що лишилася, а це $8-2t$ кг. Тому маса шматка, що отримався у результаті сплавлення, визначиться так $8-2t+t=8-t$ кг.

Позначимо на рис. 4 незаповнені клітини знаками питання: вагу міді у шматку, що отримався в результаті сплавлення; вагу міді у частині, що відтяли від першого шматка; вагу міді у частині, що залишилася від другого шматка. Враховуючи змістовний зв'язок (1), характерний для таких задач, ми легко можемо визначити перелічені величини, відповідно позначивши їх як (на структурній моделі ці зв'язки вказані як вертикальні).

$$(8-t) \cdot \frac{z}{100}, \quad t \cdot \frac{x}{100}, \quad (8-2t) \cdot \frac{y}{100}$$

Зазначимо, що логічно буде вказати і той факт, що сума вмістів міді у частині, що відтяли від першого шматка, та у частині,

що залишилася від другого шматка, дорівнює вмісту міді у шматку, що отримався в результаті сплавлення. Цей факт позначений на структурній моделі наявністю горизонтального зв'язку в рядку "вага міді у сплаві" у характеристиках "ситуації А". Вказане співвідношення буде компонентом розв'язуючої моделі задачі, яка буде представлена у даному випадку системою алгебраїчних рівнянь. Аналогічним способом аналізуємо ситуацію В і заповнюємо клітини правої частини матриці інформації (див. рис. 4) і оформимо матрицю інформації, що зображена на рис. 5.

Третьою основною евристиккою процесу розв'язання задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді алгебраїчного рівняння (або системи алгебраїчних рівнянь), яке одержимо із структурної моделі задачної ситуації – "матриці інформації".

Вага міді в сплаві	$(8-t) \cdot \frac{z}{100}$	=	$t \cdot \frac{x}{100}$	+	$(8-2t) \cdot \frac{y}{100}$	$(6-t) \cdot \frac{x}{100}$	+	$2t \cdot \frac{y}{100}$	=	$(6+t) \cdot \frac{z}{100}$
Вага сплаву	8-т	=	т	+	8-2т	6-т	+	2т	=	6+т
Частини міді в сплаві	$\frac{z}{100}$		$\frac{x}{100}$		$\frac{y}{100}$	$\frac{x}{100}$		$\frac{y}{100}$		$\frac{z}{100}$
	сплав, що отримався		1-й сплав		2-й сплав	1-й сплав		2-й сплав		сплав, що отримався
	Ситуація А					Ситуація В				
	Загальна задачна ситуація, описана в тексті задачі									

Рис. 5. Побудова системи рівнянь за структурною моделлю задачної ситуації

Алгебраїчна модель задачної ситуації – система рівнянь (4) (на рис. 5 зафарбована сірим кольором), яка в результаті елементарних перетворень (множимо обидва рівняння системи на 100, розкриємо дужки, з першого рівняння виразимо $8(z-y)$, а з другого – $6(x-z)$) перетворюється в систему (4.1):

$$\begin{cases} (8-2t) \cdot \frac{y}{100} + t \cdot \frac{x}{100} = (8-t) \cdot \frac{z}{100} \\ (6-t) \cdot \frac{x}{100} + 2t \cdot \frac{y}{100} = (6+t) \cdot \frac{z}{100} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 6(x-z) = m(x+z-2y) \\ 8(z-y) = m(x+z-2y) \end{cases} \quad (4.1)$$

З системи (4.1) отримуємо:

$$\frac{z-y}{x-z} = \frac{3}{4} \quad (5)$$

Враховуючи результати розв'язання задачі 1, робимо висновок, що для виконання умови другої задачі у процесі сплавлення шматків маса шматка першого сплаву має відноситися до маси шматка другого сплаву як 3:4. Складемо пропорцію (див. ліву або

$$\begin{aligned} a & * \frac{x}{100} + b & * \frac{y}{100} & = & a+b & * \frac{z}{100} \\ 6-t & * \frac{x}{100} + 2t & * \frac{y}{100} & = & 6+t & * \frac{z}{100} \end{aligned}$$

праву частину матриці інформації на рис. 5 – рядок "вага сплаву"):

$$m/(8-2m)=3/4 \text{ або } (6-m)/2m=3/4$$

В результаті розв'язування будь-якого з рівнянь отримаємо результат $m=2,4$ кг. Тобто, від першого шматка відтяли 2,4 кг, а від другого (за умовою у 2 рази більше) – 4,8 кг.

Це ж співвідношення впливає і з наочного порівняння рівняння (1) з другим рівнянням системи (4).

Для цього використаємо схематичне зображення.

$$\begin{array}{r} a \quad * \quad x/100 \quad + \quad b \quad * \quad y/100 \quad = \quad a+b \quad * \quad z/100 \\ 6-m \quad * \quad x/100 \quad + \quad 2m \quad * \quad y/100 \quad = \quad 6+m \quad * \quad z/100 \end{array}$$

Як показано раніше із першого рівняння цього схематичного зображення отримуємо розв'язок задачі 1 у вигляді пропорції:

$$\frac{a}{b} = \frac{z-y}{x-z}$$

На основі цієї пропорції і співвідношення (5) отримуємо:

$$\frac{6-m}{2m} = \frac{z-y}{x-z} = \frac{3}{4}$$

Звідси знаходимо $m = 2,4$ кг.

Використання результатів задачі 1 як допоміжної для розв'язування задачі 2 дозволяє здійснити декомпозицію розв'язування другої задачі до двох задач, що розв'язуються послідовно, що значно полегшує розв'язання другої задачі.

Ми передбачаємо зауваження читачів про такий важливий факт. Задача 2 має інше розв'язання. На перший погляд воно є коротшим та простішим. Його можна прокоментувати так. Оскільки результуючий сплав в обох випадках містить однаковий відсоток міді, то й вагові частки шматків, які сплавляються у першому та другому випадках, мають бути однаковими. Якщо прийняти до уваги, що у першому випадку сплавляється шматок першого сплаву вагою m кг та шматок другого сплаву вагою $8-2m$ кг, а в другому випадку сплавляється шматок першого сплаву вагою $6-m$ кг та шматок другого сплаву вагою $2m$ кг, то, виходячи з вище наведеного зауваження про пропорційність вагових частин шматків, ми матимемо очевидну рівність:

$$\frac{m}{8-2m} = \frac{6-m}{2m}$$

Розв'язування цього рівняння дає результат 2,4 кг.

Переконані, що останній абзац читачі перечитуватимуть з недовірою кілька разів. І це вірно, тому що повірити у це просте розв'язування можна лише глибоко проаналізувавши та зрозумівши структуру задачі (або задач такого виду). Тобто, провівши солідну підготовчу роботу з вивчення задачної ситуації, зв'язків між відомими та

невідомими елементами предметної області задачі, ієрархії логічних відношень складових частин задачі, що й передбачає запропонована нами технологія розв'язування текстових математичних задач.

Проведене вище дослідження дозволяє зробити такі висновки:

1. Евристичний алгоритм процесу розв'язання задачної ситуації буде складатися з евристик (приписів), що визначатимуть послідовність та процес створення моделей задачної ситуації.

Умова задачі у вигляді тексту є вербальною моделлю вихідної проблемної ситуації і, по суті, задає задачну ситуацію як систему даних і запитання задачі.

Першою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення моделі задачної ситуації у вигляді ієрархії її складових (рис. 1, рис. 3). Така модель створюється на основі даних задачі і відображатиме ієрархію у системі "задачна ситуація", а не тільки її складові, як це було в тексті задачі. Однак ієрархічна модель задачної ситуації не відображає проблему задачної ситуації (запитання задачі) та зв'язки між складовими системи "задачна ситуація".

Другою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді матриці (таблиці) інформації – структурної моделі задачі. Ця модель (рис. 2, рис. 4, рис. 5) створюється після введення невідомих на основі умови задачі та попередньої її моделі.

*Третьою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді рівняння або системи рівнянь, які одержимо з матриці інформації про задачну ситуацію. Це **аналітична модель задачі**. Зазначимо, що в науково-методичній літературі також зустрічається термін – розв'язуюча модель.*

Крім перелічених моделей при розв'язуванні текстових задач на процеси використовуються і наочно-схематичні моделі (описані нами в [3]), але для задач на відсотки вони використовуються рідко.

2. Створення моделі задачної ситуації у вигляді матриці інформації дає можливість повно і ефективно провести етап матеріалізації розумових дій суб'єкта навчання у знаковій формі, про що йдеться в [2], і дозволяє моделювати процес розв'язування задачної ситуації у вигляді послідовностей моделей його етапів. Процес створення матриці інформації про задачну ситуацію є системним підходом до розв'язання задачної ситуації, тому що:

а) визначає складові частини задачної ситуації згідно з побудованою ієрархією;

б) дає цілісне (матриця) та елементарне (клітина матриці) уявлення про задачну ситуацію;

в) відображає зв'язки між елементами (клітинами) предметної області задачі;

г) допомагає скласти розв'язуючу модель задачі у вигляді системи рівнянь.

Потрібно зазначити, що наведена технологія розв'язування текстових задач не може бути зведена до алгоритму в розумінні Ф.Неймана чи В.Глушкова, тобто до її "автоматичного розв'язування".

У межах кожної евристики (основної чи "часткової") суб'єкт розв'язання конкретної задачі повинен створити власний однозначний алгоритм розв'язання задачної ситуації.

Основна ідея запропонованої вище технології розв'язання текстових задач з математики, що описують процеси певного виду, полягає в структуруванні поля можливостей (або поля можливих дій) для суб'єкта розв'язання задачі за допомогою приписів алгоритмічного виду (чи евристичних алгоритмів) з відповідним зменшенням невизначеності задачної ситуації і зростанням її визначеності, тобто зростанням інформації про задачну ситуацію. При "поміщенні" суб'єкта розв'язання задачі (разом із конкретною текстовою задачею) до структурованого в такий спосіб поля можливостей значно полегшуються зусилля при відшукуванні рішення цієї задачі.

3. Системний підхід у науці виник як відповідь на дослідження складних процесів, складність яких, зокрема, полягає у їх невизначеності. Таким процесом і є процес розв'язування текстових математичних задач. Поле можливостей для суб'єкта розв'язування таких задач має значну невизначеність, що утруднює отримання однозначного алгоритму розв'язування.

Кібернетичний підхід до розв'язування таких проблем передбачає створення моделі (чи послідовності моделей) процесу розв'язування задачної ситуації (у нашому випадку – модель задачної ситуації у вигляді матриці інформації). Згідно з [5], моделлю деякого процесу (процесу розв'язування задачі) називається знакова система (матриця інформації), що

а) чимось подібна задачній ситуації, тобто має якісь однакові на даному рівні деталізації властивості із задачною ситуацією;

б) модель є більш визначеною та простою у порівнянні із самою задачною ситуацією;

в) робота з моделлю (перетворення моделі) дає нову інформацію про задачну систему, тобто зменшує її невизначеність і, в

кінцевому підсумку, приводить до повної визначеності, тобто до розв'язку.

Ще раз підкреслимо, що запропонована технологія розв'язування певного типу текстових задач з математики не "відмінює" творчих пошуків суб'єкта розв'язання таких задач. Така технологія ніяк не може "автоматизувати" творчі моменти процесу розв'язування задачної ситуації. По суті, запропонована технологія є спробою створення моделей процесу розв'язування задачі у вигляді моментів перетворень моделей задачної ситуації, що можна вважати інноваційним підходом до розв'язування текстових задач з математики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Збірник задач з математики для вступників до вузів / За редакцією М.І.Сканаві. – Київ: Вища школа, 1992. – 445 с.

2. Исследование мышления в советской психологии // Под. ред. П.Л. Гальперина. -М.: Мысль, 1966. – 120 с.

3. Різняк Р.Я. Моделі задач на рух у 4-5 класах /Р.Я. Різняк // Радянська школа. – 1989. – № 10. – с. 35 – 39.

4. Олехник С.Н. Старинные занимательные задачи. /С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко, М.К.Потапов. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 160 с.

5. Творческая природа научного познания // Ответственный редактор Д.П.Горский. – Москва: Наука, 1984. – 388 с.

Стаття надійшла в редакцію 20.11.09 ■