

УДК 531 / 534.01 (075.8)

DOI: 10.36550/2415-7988-2023-1-208-234-238

ТКАЧУК Андрій Іванович –
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри технологічної та професійної освіти
Центральноукраїнського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7316-0107>
e-mail: atkachuk08@meta.ua

СИСТЕМИ БАЗОВИХ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ПРИКЛАДІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ТЕМ ТЕОРЕТИЧНОЇ ТА ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ

У статті розглянуто використання систем базових еквівалентних прикладів розв'язування задач для вивчення тем теоретичної та технічної механіки під час екстремального дистанційного навчання в умовах війни. Показано, що застосування оптимально підібраних й максимально адаптованих систем базових еквівалентних прикладів розв'язування задач дозволяє при опрацюванні студентами лекцій та виконанні відповідних практичних завдань покроково формувати й закріплювати в себе відповідні багаторівневі практичні знання, вміння і навички з відповідних тем теоретичної та технічної механіки. Наведено елементи запропонованих систем базових еквівалентних прикладів розв'язування задач по темам "Основні поняття та аксіоми статички абсолютно твердого тіла" та "Система збіжних сил".

Ключові слова: методика вивчення теоретичної та технічної механіки, системи базових еквівалентних прикладів розв'язування задач.

TKACHUK Andriy Ivanovych –
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department of
Technological and Professional Education,
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian
State Pedagogical University
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7316-0107>
e-mail: atkachuk08@meta.ua

SYSTEMS OF BASIC EQUIVALENT EXAMPLES FOR STUDYING TOPICS OF THEORETICAL AND TECHNICAL MECHANICS

The article examines the use of systems of basic equivalent examples of problem solving for the study of topics of theoretical and technical mechanics during extreme distance learning in war conditions.

It is shown that solving sets of problems on relevant topics to consolidate theoretical material and form relevant practical knowledge, abilities and skills necessary in the future conducting more complex applied calculations of systems and structures. At the same time, in the modern realities of war in the conditions of a long-term and extremely complex educational process, both in a mixed and completely remote format, when the enemy inflicts insidious terrorist attacks on civilian infrastructure, and primarily energy life support, circumstances arise when quite complex material on the relevant topic, part of the students, due to the impossibility of connecting to the video conference of the couple according to the schedule, have to actually work in full on their own, even with intermittent access to electronic media due to scheduled and unscheduled power outages. This creates additional new requirements for the content of the lecture material with the maximum step-by-step explanation of all components of each topic in the complex of educational and methodological support of the discipline, primarily for files with lecture texts, which are displayed for students on the appropriate educational platform (messenger) for each classes in theoretical and technical mechanics.

It has been determined that an important component of the distance educational process in the study of theoretical and technical mechanics is a system of examples equivalent to problems for relevant practical classes with a detailed "talking" of all the steps of solving typical problems that are submitted for processing on this topic for current control. This becomes even more relevant in the conditions of war, when the lecture material on each topic presented in Google Classroom (or MOODLE, WIKI) is supported by a system of detailed problem-solving examples (completely similar to those presented in practical classes) from the minimum basic level to of increased complexity, which enables the student, even with completely independent processing, to form relevant multi-level practical skills on this topic.

The elements of the proposed systems of basic equivalent examples of solving problems on the topics "Basic concepts and axioms of the statics of an absolutely rigid body" and "System of convergent forces" are given.

Keywords: methodology of studying the theoretical and technical mechanics, systems of basic equivalent examples of problem solving.

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Невід'ємною практичною складовою при вивченні студентами закладів вищої освіти таких дисциплін, як теоретична та технічна механіка, є розв'язування комплексів задач по відповідним темам для закріплення теоретичного

матеріалу й формування відповідних практичних знань, вмінь і навичок, необхідних в подальшому при проведенні більш складних прикладних розрахунків систем і конструкцій.

В той же час, в сучасних реаліях війни в умовах довготривалого й надзвичайно складного

освітнього процесу як в змішаному так і повністю дистанційному форматі, коли ворог завдає підступних терористичних ударів по цивільній інфраструктурі, і в першу чергу енергетичного життєзабезпечення, виникають обставини, коли досить складний матеріал по відповідній темі частині студентів, із за неможливості підключитись до відео-конференції пари за розкладом, доводиться опрацювати фактично в повному обсязі самостійно ще й з переривчастим доступом до електронних носіїв інформації внаслідок планових і позапланових відключень електричної енергії. Це створює додаткові нові вимоги до змістовного наповнення лекційного матеріалу з максимальним покроковим роз'ясненням всіх компонент кожної теми у комплексі навчально-методичного забезпечення дисципліни, в першу чергу до файлів з текстами лекцій, які виставляються для студентів на відповідній освітній платформі (месенджері) до кожного заняття з теоретичної та технічної механіки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В сучасній науковій і навчально-методичній літературі приділено багато уваги проблемам вивчення студентами закладів вищої освіти теоретичної та технічної механіки [1-4]. Проте, саме аспект вдосконалення лекційного матеріалу по темам цих дисциплін з врахуванням особливостей дистанційного навчання в умовах війни залишається недостатньо висвітленим.

Метою статті є обговорення та висвітлення нових підходів при дистанційному вивченні тем теоретичної та технічної механіки з допомогою системи базових еквівалентних прикладів розв'язування задач.

Методи дослідження: вивчення, порівняльний аналіз, узагальнення, систематизація науково-методичної літератури з теми дослідження; системний і проблемно-пошуковий методи для обґрунтування шляхів удосконалення процесу вивчення тем теоретичної та технічної механіки.

Виклад основного матеріалу дослідження. Важливим компонентом дистанційного освітнього процесу при вивченні теоретичної та технічної механіки є системи еквівалентних до задач на відповідні практичні заняття прикладів з детальним "проговоренням" всіх кроків розв'язку типових завдань, що виносяться на опрацювання по даній темі для поточного контролю. Це стає ще більш актуальним в умовах війни, коли викладений у Google Classroom (чи MOODLE, WIKI) лекційний матеріал по кожній темі підкріплено системою детально розписаних прикладів розв'язування задач (повністю аналогічних тим, що виносяться на практичні заняття) від мінімального базового рівня до підвищеної складності, що дає можливість студентів, навіть при повністю самостійному

опрацюванні, формувати в себе відповідні багаторівневі практичні навички по даній темі.

Так, під час вивчення студентами теми "Основні поняття та аксіоми статички абсолютно твердого тіла", елементи запропонованої нами системи базових еквівалентних прикладів розв'язування задач, що дозволяють практично закріпити такі поняття, як сила, система сил, рівнодійна двох сил, що прикладені до тіла в одній точці під деяким кутом одна до одної, рівнодійна системи збіжних сил, силовий багатокутник, є наступними:

Приклад 1

Для двох сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 , прикладених до абсолютно твердого тіла в точці A , знайти їх векторну (геометричну) суму $\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ та векторні (геометричні) різниці $\vec{R}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ і $\vec{R}_3 = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$, якщо: $F_1 = 7 \text{ Н}$, $F_2 = 5 \text{ Н}$, сила \vec{F}_1 направлена горизонтально зліва направо, кут α між напрямком сили \vec{F}_1 і напрямком сили \vec{F}_2 становить $\alpha = 30^\circ$.

Розв'язання:

На рис. 1 показано побудову векторної суми заданих сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 як їх рівнодійної $\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, що за величиною та напрямом визначається діагоналлю AD паралелограма $ABDC$, побудованого на векторах \vec{AB} і \vec{AC} , які відображають дані сили у заданому масштабі $1 \text{ см} - 1 \text{ Н}$. Модуль векторної суми сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 визначаємо за формулою:

$$R_1 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(7 \text{ Н})^2 + (5 \text{ Н})^2 + 2 \cdot (7 \text{ Н}) \cdot (5 \text{ Н}) \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{49 \text{ Н}^2 + 25 \text{ Н}^2 + 70 \text{ Н}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx \sqrt{134 \text{ Н}^2}$$

$$\approx 12 \text{ Н} .$$

На рис. 1 показано також побудову векторної різниці сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 як їх рівнодійної $\vec{R}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + (-\vec{F}_2)$, що за величиною та напрямом визначається діагоналлю AM паралелограма $ABML$, побудованого на векторах \vec{AB} і \vec{AL} (зображає силу $-\vec{F}_2$), які відображають дані сили у заданому масштабі $1 \text{ см} - 1 \text{ Н}$. Модуль геометричної різниці сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 визначаємо за формулою:

$$R_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(7 \text{ Н})^2 + (5 \text{ Н})^2 - 2 \cdot (7 \text{ Н}) \cdot (5 \text{ Н}) \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{49 \text{ Н}^2 + 25 \text{ Н}^2 - 70 \text{ Н}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx \sqrt{14 \text{ Н}^2}$$

$$\approx 4 \text{ Н} .$$

На рис. 1 ще показано побудову векторної різниці сил \vec{F}_2 і \vec{F}_1 як їх рівнодійної $\vec{R}_3 = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$ =

$\vec{F}_2 + (-\vec{F}_1)$, що за величиною та напрямом визначається діагоналлю \vec{AK} паралелограма $ACKN$, побудованого на векторах \vec{AC} і \vec{AN} (зображає силу $-\vec{F}_1$), які відображають дані сили у заданому масштабі $1 \text{ см} - 1 \text{ Н}$. Модуль геометричної різниці сил \vec{F}_2 і \vec{F}_1 визначаємо за формулою:

$$R_3 = \sqrt{F_2^2 + F_1^2 - 2 \cdot F_2 \cdot F_1 \cdot \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(5 \text{ Н})^2 + (7 \text{ Н})^2 - 2 \cdot (5 \text{ Н}) \cdot (7 \text{ Н}) \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{49 \text{ Н}^2 + 25 \text{ Н}^2 - 70 \text{ Н}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx \sqrt{14 \text{ Н}^2}$$

$$\approx 4 \text{ Н}.$$

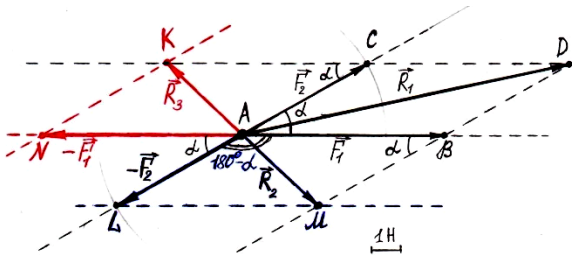


Рис. 1.

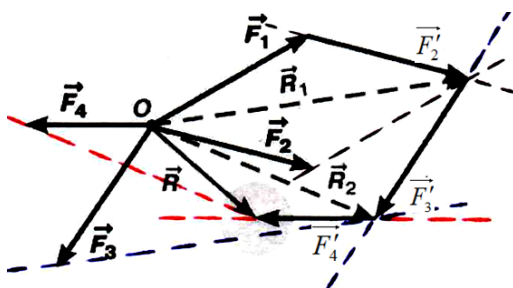


Рис. 2.

Приклад 2

Для плоскої системи збіжних сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4)$, що показана на рис. 2, побудувати у заданому масштабі силовий багатокутник та знайти графічно її рівнодійну $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ (виміряти лінійкою модуль рівнодійної), якщо: $F_1=4,3 \text{ Н}$; $F_2=4,1 \text{ Н}$; $F_3=5,2 \text{ Н}$; $F_4=3,0 \text{ Н}$; кут α_1 між напрямком сили \vec{F}_1 і напрямком сили \vec{F}_2 становить $\alpha_1 = 60^\circ$; кут α_2 між напрямком сили \vec{F}_2 і напрямком сили \vec{F}_3 становить $\alpha_2 = 100^\circ$; кут α_3 між напрямком сили \vec{F}_3 і напрямком горизонтальної сили \vec{F}_4 становить $\alpha_3 = 45^\circ$.

Розв'язання:

Щоб побудувати у заданому масштабі ($1 \text{ см} - 1 \text{ Н}$) плоску систему збіжних сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4)$, прикладених в точці O , першим відкладаємо від т. O вектор горизонтальної сили \vec{F}_4 . Потім, під кутом $\alpha_3 = 45^\circ$ вниз від напрямку сили \vec{F}_4 проводимо лінію дії сили \vec{F}_3 , вздовж якої від т. O відкладаємо вектор сили \vec{F}_3 . Далі, під кутом $\alpha_2 = 100^\circ$ в правий бік від напрямку сили \vec{F}_3 проводимо лінію дії сили

\vec{F}_2 , вздовж якої від т. O відкладаємо вектор сили \vec{F}_2 . І вже потім, під кутом $\alpha_1 = 60^\circ$ вгору від напрямку сили \vec{F}_2 проводимо лінію дії сили \vec{F}_1 , вздовж якої від т. O відкладаємо вектор сили \vec{F}_1 . Для побудови силового багатокутника плоскої системи збіжних сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4)$, по-перше, за правилом паралелограма сил знаходимо геометрично першу проміжну рівнодійну $\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, яка $\vec{R}_1 \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$, а на рисунку від кінця вектора сили \vec{F}_1 відкладаємо вектор \vec{F}_2 , геометрично рівний вектору сили \vec{F}_2 . По-друге, за правилом паралелограма сил знаходимо геометрично другу проміжну рівнодійну $\vec{R}_2 = \vec{R}_1 + \vec{F}_3$, яка вже $\vec{R}_2 \sim (\vec{R}_1, \vec{F}_3) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$, а на рисунку від кінця вектора \vec{F}_3 відкладаємо вектор \vec{R}_1 , геометрично рівний вектору сили \vec{F}_3 . По-третє, за правилом паралелограма сил знаходимо геометрично третю проміжну рівнодійну яка і буде кінцевою рівнодійною $\vec{R} = \vec{R}_2 + \vec{F}_4 \Rightarrow \vec{R} \sim (\vec{R}_2, \vec{F}_4) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4)$, а на рисунку від кінця вектора \vec{F}_4 відкладаємо вектор \vec{R}_2 , геометрично рівний вектору сили \vec{F}_4 . Отже, вектор \vec{R} , проведений з точки O прикладання першої сили \vec{F}_1 в останню вершину побудованого силового багатокутника, і є рівнодійною заданої плоскої системи збіжних сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4)$: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$. Вимірявши лінійкою довжину вектора \vec{R} , отримаємо в заданому масштабі величину модуля рівнодійної $-R=3,8 \text{ Н}$.

Для вивчення студентами теми "Система збіжних сил" елементами запропонованої системи базових еквівалентних прикладів розв'язування задач, що дозволяють практично закріпити такі поняття, як проекція сили на вісь і на площину, проекції на координатні осі рівнодійної системи збіжних сил та її модуль і напрямні косинуси, є наступні:

Приклад 3

Знайти проекції на координатні осі сил, зображених на рис. 3, якщо: $F_1=F_2=F_3=1000 \text{ Н}$; кут між напрямком сили F_1 і додатним напрямком осі $Ox - \alpha_1=45^\circ$, кут між напрямком сили F_1 і додатним напрямком осі $Oy - \beta_1=45^\circ$; кут між напрямком сили F_2 і додатним напрямком осі $Ox - \alpha_2=150^\circ$, кут між напрямком сили F_2 і додатним напрямком осі $Oy - \beta_2=60^\circ$; кут між напрямком сили F_3 і додатним напрямком осі $Ox - \alpha_3=90^\circ$, кут між напрямком сили F_3 і додатним напрямком осі $Oy - \beta_3=180^\circ$.

Розв'язання:

Проекція сили на вісь визначається як добуток модуля сили на косинус кута між напрямком сили і додатним напрямком осі. Тому:

1. Проекції сили \vec{F}_1 на вісь Ox і вісь Oy відповідно дорівнюють –

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 45^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1000 \text{ Н} \cdot 0,707 \approx 707 \text{ Н},$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \cos \beta_1 = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 45^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1000 \text{ Н} \cdot 0,707 \approx 707 \text{ Н}.$$

2. Проекції сили \vec{F}_2 на вісь Ox і Oy знаходимо як відповідні добутки –

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 1000 \cdot \cos 150^\circ = 1000 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx -1000 \cdot 0,866 \approx -866 \text{ (Н)},$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos \beta_2 = 1000 \cdot \cos 60^\circ = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ (Н)}.$$

3. Проекції сили \vec{F}_3 на вісь Ox і Oy знаходимо як відповідні добутки –

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0,$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \cos \beta_3 = 1000 \cdot \cos 180^\circ = 1000 \cdot (-1) = -700 \text{ (Н)}.$$

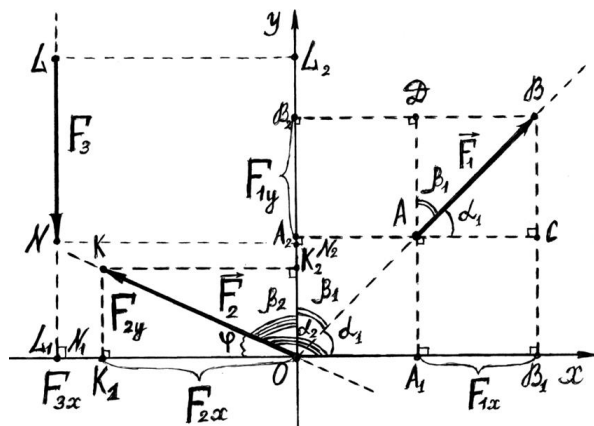


Рис. 3.

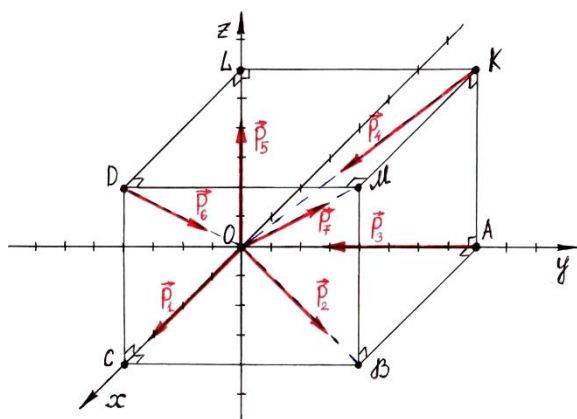


Рис. 4.

Приклад 4

У вершинах прямокутного паралелепіпеда $OABCDLKM$ прикладено та вздовж його ребер і діагоналей направлено систему сил $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4, \vec{P}_5, \vec{P}_6)$ (рис. 4). Знайти проекції сил на координатні осі, модуль і напрямні косинуси

рівнодійної R даної системи збіжних сил, якщо: $OC=AB=KM=LD=4 \text{ м}$; $OA=LK=DM=CB=8 \text{ м}$; $OL=AK=BM=CD=6 \text{ м}$; $P_1=P_2=P_3=P_4=P_5=P_6=1000 \text{ Н}$.

Розв'язання:

1. Для сили P_1 , яка прикладена у вершині O (початку координат) і направлена вздовж сторони OC (в додатному напрямку осі Ox), маємо:

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos \alpha_1 = P_1 \cdot \cos \angle COC = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 0^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 1 = 1000 \text{ Н};$$

$$P_{1y} = P_1 \cdot \cos \beta_1 = P_1 \cdot \cos \angle COA = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{1z} = P_1 \cdot \cos \gamma_1 = P_1 \cdot \cos \angle COL = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0.$$

2. Для сили P_2 , яка прикладена у вершині O (початку координат) і направлена вздовж діагоналі OB нижньої основи $OABC$ маємо:

$$P_{2z} = P_2 \cdot \cos \gamma_2 = P_2 \cdot \cos \angle BOL = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{2x} = P_2 \cdot \cos \alpha_2 = P_2 \cdot \cos \angle BOC = P_2 \cdot \frac{OC}{\sqrt{OC^2 + CB^2}} = 1000 \text{ Н} \cdot \frac{4 \text{ м}}{\sqrt{(4 \text{ м})^2 + (8 \text{ м})^2}} \approx 447 \text{ Н};$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \cos \beta_2 = P_2 \cdot \cos \angle BOA = P_2 \cdot \frac{OA}{\sqrt{AB^2 + OA^2}} = 1000 \text{ Н} \cdot \frac{8 \text{ м}}{\sqrt{(4 \text{ м})^2 + (8 \text{ м})^2}} \approx 894 \text{ Н}.$$

3. Для сили P_3 , яка прикладена у вершині A і направлена вздовж сторони AO (в бік протилежний від додатного напрямку осі Oy), маємо:

$$P_{3x} = P_3 \cdot \cos \alpha_3 = P_3 \cdot \cos \angle AOC = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{3y} = P_3 \cdot \cos \beta_3 = P_3 \cdot \cos \angle AON = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 180^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot (-1) = -1000 \text{ Н};$$

$$P_{3z} = P_3 \cdot \cos \gamma_3 = P_3 \cdot \cos \angle AOL = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0.$$

4. Для сили P_4 , яка прикладена у вершині K і направлена вздовж діагоналі KO бічної грані $OAKL$, маємо:

$$P_{4x} = P_4 \cdot \cos \alpha_4 = P_4 \cdot \cos \angle KOC = P_4 \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{4y} = P_4 \cdot \cos \beta_4 = P_4 \cdot (-\cos \angle KOA) = -P_4 \cdot \frac{OA}{\sqrt{OA^2 + AK^2}} = -1000 \text{ Н} \cdot \frac{8 \text{ м}}{\sqrt{(8 \text{ м})^2 + (6 \text{ м})^2}} = -800 \text{ Н};$$

$$P_{4z} = P_4 \cdot \cos \gamma_4 = P_4 \cdot (-\cos \angle KOL) = -P_4 \cdot \frac{OL}{\sqrt{OL^2 + LK^2}} = -1000 \text{ Н} \cdot \frac{6 \text{ м}}{\sqrt{(6 \text{ м})^2 + (8 \text{ м})^2}} = -600 \text{ Н}.$$

5. Для сили P_5 , яка прикладена у вершині O (початку координат) і направлена вздовж сторони OL (в додатному напрямку осі Oz), маємо:

$$P_{5x} = P_5 \cdot \cos \alpha_5 = P_5 \cdot \cos \angle LOC = 1000 \text{ Н} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ Н} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{5y} = P_5 \cdot \cos \beta_5 = P_5 \cdot \cos \angle LOA = 1000 \text{ H} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ H} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{5z} = P_5 \cdot \cos \gamma_5 = P_5 \cdot \cos \angle LOL = 1000 \text{ H} \cdot \cos 0^\circ = 1000 \text{ H} \cdot 1 = 1000 \text{ H}.$$

6. Для сили P_6 , яка прикладена у вершині D і направлена вздовж діагоналі DO бічної грані $OCDL$, маємо:

$$P_{6x} = P_6 \cdot \cos \alpha_6 = P_6 \cdot (-\cos \angle DOC) = -P_6 \cdot \frac{OC}{\sqrt{OC^2 + CD^2}} = -1000 \text{ H} \cdot \frac{4 \text{ м}}{\sqrt{(4 \text{ м})^2 + (6 \text{ м})^2}} \approx -555 \text{ H};$$

$$P_{6y} = P_6 \cdot \cos \beta_6 = P_6 \cdot \cos \angle DOA = 1000 \text{ H} \cdot \cos 90^\circ = 1000 \text{ H} \cdot 0 = 0;$$

$$P_{6z} = P_6 \cdot \cos \gamma_6 = P_6 \cdot (-\cos \angle DOL) = -P_6 \cdot \frac{OL}{\sqrt{OL^2 + LD^2}} = -1000 \text{ H} \cdot \frac{6 \text{ м}}{\sqrt{(6 \text{ м})^2 + (4 \text{ м})^2}} \approx -832 \text{ H}.$$

Проекції рівнодійної даної системи збіжних сил визначаються як відповідні алгебраїчні суми проекцій всіх сил системи на три взаємоперпендикулярні осі Ox , Oy , Oz :

$$R_x = P_{1x} + P_{2x} + P_{3x} + P_{4x} + P_{5x} + P_{6x} = 1000 + 447 + 0 + 0 + 0 - 555 = 892 \text{ (H)};$$

$$R_y = P_{1y} + P_{2y} + P_{3y} + P_{4y} + P_{5y} + P_{6y} = 0 + 894 - 1000 - 800 + 0 + 0 = -906 \text{ (H)};$$

$$R_z = P_{1z} + P_{2z} + P_{3z} + P_{4z} + P_{5z} + P_{6z} = 0 + 0 + 0 - 600 + 1000 - 832 = -432 \text{ (H)}.$$

Далі, знаходимо модуль рівнодійної даної системи збіжних сил:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{(892 \text{ H})^2 + (-906 \text{ H})^2 + (-432 \text{ H})^2} = \sqrt{795664 \text{ H}^2 + 820836 \text{ H}^2 + 186624 \text{ H}^2} = \sqrt{1803124 \text{ H}^2} \approx 1343 \text{ H},$$

та її напрямні косинуси й відповідні кути (α , β , γ) між напрямками рівнодійної та додатними напрямками осей Ox , Oy , Oz :

$$\text{а) } \cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{892}{1343} \approx 0,664, \text{ звідки } \alpha = \arccos 0,664 \approx 48^\circ;$$

$$\text{б) } \cos \beta = \frac{R_y}{R} = \frac{-906}{1343} \approx -0,675, \text{ звідки } \beta = 180^\circ - \arccos 0,675 \approx 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ;$$

$$\text{в) } \cos \gamma = \frac{R_z}{R} = \frac{-432}{1343} \approx -0,322, \text{ звідки } \gamma = 180^\circ - \arccos 0,322 \approx 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ.$$

Висновки та перспективи подальших розвідок напрямку. Отже, розглянутий підхід до вдосконалення лекційного матеріалу при сучасному "воєнному" дистанційному вивченні тем теоретичної та технічної механіки з допомогою

систем базових еквівалентних прикладів розв'язування задач дозволяє при опрацюванні студентами лекцій та виконанні відповідних практичних завдань покроково формувати й закріплювати в себе відповідні багаторівневі практичні знання, вміння і навички з відповідної теми. Перспективи подальших розробок пов'язані з вдосконаленням систем базових еквівалентних прикладів розв'язування задач для вивчення тем опору матеріалів.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Калязін Ю.В. Технічна механіка: Навчально-методичний посібник до самостійної роботи. Полтава: ПП "Астрія", 2021. 204 с.
2. Теоретична механіка : навчальний посібник / за ред. П.К. Штанька. Запоріжжя : НУ "Запорізька політехніка", 2021. 464.
3. Теоретична механіка. Підручник / Булгаков В.М. та ін. Київ : "Центр учбової літератури", 2019. 705 с.
4. Капцов І.І. та ін. Технічна механіка : монографія : у 3 ч. / Харків : ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2019, 2020, 2021. 843 с.

REFERENCES

1. Kalyazin, Yu.V. (2021) Tehnichna mehanika: navchal'no-metodychnyj posibnyk do samostijnoi roboty [Technical mechanics: Educational and methodological manual for independent work.] Poltava. [in Ukrainian].
2. Shtanko, P.K. and other (2021) Teoretychna mehanika: navchalnyj posibnyk [Theoretical mechanics: Tutorial]. Zaporizhzhia. [in Ukrainian].
3. Bulgakov, V.M. and other (2019) Teoretychna mehanika: pidruchnyk [Theoretical mechanics: textbook]. Kyiv. [in Ukrainian].
4. Kapcov, I.I. and other (2021) Tehnichna mehanika: monografiya [Technical mechanics: monograph]. Harkiv. [in Ukrainian].

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

ТКАЧУК Андрій Іванович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри технологічної та професійної освіти Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: теорія та методика навчання (теоретична та технічна механіка).

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

TKACHUK Andriy Ivanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Technological and Professional Education, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Scientific interests: the theory and methodology of teaching (theoretical and technical mechanics).

Стаття надійшла до редакції 03.01.2023 р.