

8. Slovnyk ukrainskoї movy v 11-ty t. (1972) [Dictionary of the Ukrainian language in 11 vols]. T.3. Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ВНУКОВА Ольга Миколаївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри професійної освіти в сфері технологій та дизайну Київського національного університету технологій та дизайну;

Наукові інтереси: теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів, формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

МІЩАНЧУК Ірина Павлівна – здобувач магістерського рівня вищої освіти Київського національного університету технологій та дизайну зі спеціальністю «Професійна освіта (Дизайн)».

Наукові інтереси: теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів, формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

КУЛЕНІОК Рената Юріївна – здобувач магістерського рівня вищої освіти Київського національного університету технологій та дизайну зі спеціальністю «Професійна освіта (Дизайн)».

Наукові інтереси: теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів,

формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

VNUKOVA Olga Mykolaivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Professional Education in Technologies and Design of Kyiv National University Technologies and Design.

Circle of research interests: the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

MYSHCHANCHUK Iryna Pavlovna – applicants of the master's degree of higher education of Kyiv National University of Technology and Design.

Circle of research interests: the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

KULENIUK Renata Yurevna – applicants of the master's degree of higher education of Kyiv National University of Technology and Design.

Circle of research interests: the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

Дата надходження рукопису 07.04.2019р.

УДК 519.1

ВОЛКОВ Юрій Іванович –

доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка
ORCID ID 0000-0002-2270-3407
e-mail: yulysenko@i.ua

ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна –

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка
ORCID ID 0000-0002-0523-7889
e-mail: vojnalovichn@gmail.com

УРНОВІ МОДЕЛІ В КОМБІНАТОРИЦІ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Для формування основних комбінаторних і ймовірнісних понять давно використовуються урнові схеми. Багато змістовних задач можна формулювати на мові урн і кульок, які розміщаються в цих урнах.

Наведемо приклади декількох моделей різних за змістом, які по суті еквівалентні моделі розміщення кульок по урнам.

Розміщення студентів по аудиторіях: аудиторії – урни, студенти – кульки; вікова класифікація: класи – урни, вік – кульки; стрільба: мішені – урни, кулі – кульки; класифікація аварій на дорогах по днях тижня: дні тижня – урни, аварії – кульки; дні народження: дні року – урни, люди – кульки; розміщення електронів на атомних орбітах: орбіти – урни, електрони – кульки; розподіл тварин по видах:

види – урни, тварини – кульки; розподіл захворювань по хворобах, хвороби – урни, хворі – кульки; гра в карти: гравці – урни, карти – кульки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Приклади застосування уранових моделей часто зустрічаються в навчальній літературі (див., наприклад, [1-3; 5]), але досліджень з методики застосування уранових схем при розв'язувані задач зустрічається мало.

Мета статті. На конкретних темах продемонструвати дидактичні можливості використання уранових схем при вивченні ряду понять комбінаторики та теорії ймовірностей

Методи дослідження. Використовуються методи комбінаторного і математичного аналізу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Досліди з урнами, які ми будемо проводити (хоча б

мислено) можуть бути різного типу: кульки виймаються з урни з поверненням або без повернення, кульки розкладаються по урнах. При цьому можна розглядати такі випадки: урни і кульки розрізновальні (наприклад пронумеровані, або різного кольору), урни однакові, кульки різні, урни різні, кульки однакові, урни однакові і кульки однакові.

Найпростішим прикладом урнової моделі може бути такий: в урні знаходиться n білих кульок і m чорних. Навмання виймається кулька. Яка ймовірність того, що вона біла? З класичного означення ймовірності відразу ж отримаємо

$$\text{відповідь: } p = \frac{n}{m+n}$$

Перестановки з повторенням. Нехай в одній урні знаходяться кульки, які помічені одиничками, а в другій – кульки помічені нулями. З цих урн, вибраних навмання, виймаються кульки і розташовуються у послідовність нулів і одиничок довжиною n символів. На таку послідовність будемо дивитись як на n -значне двійкове число. Знайдемо кількість всіх таких чисел, у запису яких буде рівно k одиничок. Позначимо цю кількість символом $C(n, k)$. Розб'ємо множину всіх таких чисел на два класи. До першого – віднесемо всі числа, які починаються з “0”, до другого – ті, що починаються “1”. Тоді у першому класі буде $C(n-1, k)$ чисел, у другому – $C(n-1, k-1)$. За правилом суми отримаємо рекурентне спiввiдношення $C(n, k) = C(n-1, k) + C(n-1, k-1)$ з початковим умовами $C(1, 0) = 1$, $C(1, 1) = 1$, $C(2, 0) = 1$, $C(2, 1) = 2$. Такий же рекурентності задовольняють числа $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, а це – число комбiнацiй з n по k , тобто, кiлькiсть k -елементних пiдмножин n -елементної множини.

Нехай тепер є n рiзних урн i k однакових кульок. Навмання розкладаємо кульки в урнi і знайдемо число рiзних варiантiв розташування кульок в урнах.

Для цього кожному способу розкладання поставимо у вiдповiднiсть послiдовностi нулiв i одиничок так: спочатку запишемо $n-1$ нуль, далi перед першим нулем послiдовностi запишемо стiльки одиничок скiльки кульок знаходиться в першiй урнi, перед другим нулем записуємо стiльки одиничок скiльки кульок знаходиться в другiй урнi i так далi, пiсля останнього нуля запишемо стiльки одиничок скiльки кульок знаходиться в останнiй урнi. В отриманiй послiдовностi буде $n+k-1$ символiв, серед яких буде k одиничок i $n-1$ нуль.

Тому таких рiзних послiдовностей буде $\binom{n+k-1}{k}$, a це є число комбiнацiй з повторенням з n елементiв по k .

Нехай тепер з першої урнi кульки виймаються з ймовiрностю p , a з другої – кульки виймаються з ймовiрностю $q = 1 - p$. Здiйснимо n вiймань. Тодi ймовiрнiсть отримати n -значне двiйкове число, у запису якого рiвно k одиничок, буде такою:

$$p_{n,k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (\text{це формула Бернуллi}),$$

тобто, отримаємо бiномiальний розподiл.

Розподiл Паскаля. Нехай в урнi знаходяться бiлi й чорнi кульки, при цьому ймовiрнiсть вийняти з урнi навмання бiлу кульку (успiх) дорiвнює числу p , a чорну (невдачу) – $q = 1 - p$. Будемо навмання виймати (з поверненням) з урнi кульки до тих пiр, поки не отримаємо r успiхiв. Знайдемо розподiл такої випадкової величини ξ : кiлькiсть невдач до r -го успiху, якi мiожемо отримати в результатi експерименту. Такий розподiл називається розподiлом Паскаля.

Позначимо ймовiрнiсть такої подiї через $p_k(r) = \Pr\{\xi = k\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$. Ця подiя може вiдбутися тодi i тiльки тодi, коли серед $r+k-1$ випробувань рiвно k привели до невдачi, a наступне $(r+k)$ -te випробування привело до успiху. Ймовiрнiсть такої подiї за формулою Бернуллi дорiвнює числу $\binom{r+k-1}{k} p^{r-1} q^k$, наступноi – p ,

отже, $p_k(r) = \binom{r+k-1}{k} p^r q^k$. Цю формулу можна переписати ще

так: $p_k(r) = \binom{-r}{k} p^r (-q)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$, де $\binom{-r}{k} = \frac{(-r)(-r-1)\cdots(-r-k+1)}{k!}$.

Гипергеометричний розподiл. В урнi знаходяться b бiлi i g чорнi кульки. Навмання виймається r кульок (без повернення). Розглянемо випадкову величину ξ : кiлькiсть бiлiх кульок, якi при цьому можна отримати. Просте застосування комбiнаторного правила добутку дає вiдповiдь:

$$\Pr\{\xi = k\} = \binom{b}{k} \binom{g}{r-k} / \binom{b+g}{r}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r.$$

Повчальним при цьому є методика отримання математичного сподiвання i дисперсiї такої випадкової величини ([2]). Введемо такi допомiжнi випадковi величини $\xi_k = 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r$, aбо 0, в залежностi вiд того, чи k -ий член вибiрki буде biliм чи чорним. Тодi отримаємо

$$\Pr\{\xi_k = 1\} = \frac{b}{b+g}, \quad \Pr\{\xi_k = 0\} = \frac{g}{b+g}. \quad \text{Звiдси}$$

математичне сподiвання $E\xi_k = \frac{b}{b+g}$, a

дисперсiя $D\xi_k = E\xi_k^2 - (E\xi_k)^2 = \frac{bg}{(b+g)^2}$. Далi,

якщо $k \neq j$, то $\xi_k \xi_j = 1$, якщо k -ий i j -ий члени вибiрki виявилися biliми, в iнших випадках $\xi_k \xi_j = 0$.

$$\text{Оскiльки } \Pr\{\xi_k \xi_j = 1\} = \frac{b(b-1)}{(b+g)(b+g-1)},$$

$$\text{то } E(\xi_k \xi_j) = \frac{b(b-1)}{(b+g)(b+g-1)},$$

$$\text{cov}(\xi_k, \xi_j) = -\frac{bg}{(b+g)(b+g-1)}.$$

$$\text{Отже, } E(\xi = \xi_1 + \dots + \xi_r) = \frac{rb}{b+g},$$

$$D\xi = \sum_{k=1}^r D\xi_k + 2 \sum_{j,k} \text{cov}(\xi_j, \xi_k) = \frac{rbg}{(b+g)^2} \left(1 - \frac{r-1}{b+g-1}\right)$$

Від'ємний гіпергеометричний розподіл. В урні знаходиться x білих і y чорних кульок. З неї вийматимемо кульки до тих пір, поки не з'явиться біла кулька. Побудувати розподіл випадкової величини ξ : кількість чорних кульок до появи білої кульки. Множина значень цієї випадкової величини така: $\xi \in \{0, 1, \dots, y\}$. Нехай $p_k = \Pr\{\xi = k\}, k = 0, 1, \dots, y$. Тоді

$$p_0 = \frac{x}{x+y}, \quad p_1 = \frac{yx}{(x+y)(x+y-1)},$$

$$p_2 = \frac{y(y-1)x}{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)}, \dots,$$

$$p_k = \frac{y(y-1)\dots(y-k+1)x}{(x+y)(x+y-1)\dots(x+y-k+1)(x+y-k)} = \frac{x}{x+y} \binom{y}{k} \binom{x+y-1}{k}, \quad (1)$$

$$p_y = \frac{y(y-1)\dots(y-y+1)x}{(x+y)(x+y-1)\dots(x+y-y+1)(x+y-y)},$$

$$p_0 + p_1 + \dots + p_y = 1.$$

Перепишемо p_k так:

$$p_k = \frac{x}{x+y+k} \binom{y}{k} \binom{x+y}{k}.$$

Звідси

$$1 + \frac{y}{x+y-1} + \frac{y(y-1)}{(x+y-1)(x+y-2)} + \dots = \frac{x+y}{x},$$

тобто, отримаємо нетривіальну тотожність

$$1 + \sum_{k=0}^{y-1} \binom{y}{k+1} \binom{x+y-1}{k+1} = \frac{x+y}{x}.$$

Розглянуту схему можна узагальнити. В урні знаходиться x білих і y чорних кульок. З неї вийматимемо кульки до тих пір, поки не з'явиться m білих кульок. Побудувати розподіл випадкової величини ξ : кількість чорних кульок до появи білої кульки. Такий розподіл називається від'ємним гіпергеометричним розподілом [5]. Множина значень випадкової величини така: $\xi \in \{0, 1, \dots, y\}$.

Нехай $p_k = \Pr\{\xi = k\}, k = 0, 1, \dots, y$. Тоді

міркування, аналогічні до попередніх, дають такі ймовірності:

$$p_0 = \binom{x}{m} \binom{x+y}{m},$$

$$p_1 = p_0 \binom{m}{m-1} \binom{y}{2} \binom{x+y-m}{1},$$

$$p_2 = p_0 \binom{m}{m-1} \binom{y}{2} \binom{x+y-m}{2},$$

$$p_n = p_0 \binom{m+n-1}{m-1} \binom{y}{n} \binom{x+y-m}{n}, n = 0, 1, 2, \dots, y \quad (2)$$

А через те, що $p_0 + p_1 + \dots + p_y = 1$, то

матимемо таку тотожність

$$1 + \sum_{k=0}^{y-1} \binom{y}{k+1} \binom{k+m}{m-1} \binom{x+y-m}{k+1} = \binom{x+y}{m} \binom{x}{m}.$$

Відмітимо такі частинні випадки формули (1) для $m=2$:

$$p_n = (n+1) \frac{x(x-1)}{(x+y)(x+y-1)} \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n}, \quad n = 0, 1, \dots, y, \quad (3)$$

для $m=3$:

$$p_n = \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \frac{x(x-1)(x-2)}{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)} \binom{y}{n} \binom{x+y-3}{n}, n = 0, 1, \dots, y \quad (4)$$

Знайдемо математичне сподівання і дисперсію досліджуваного розподілу.

З (3) випливає, що

$$\sum_{n=0}^y (n+1) \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)}$$

$$\text{звідси } \sum_{n=0}^y n \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)} -$$

$$- \sum_{n=0}^y \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n}$$

Далі, з (1)

$$\text{випливає } \sum_{n=0}^y \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n} = \frac{x+y-1}{x-1}.$$

Тому

$$\sum_{n=0}^y n \binom{y}{n} \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)} - \frac{(x+y-1)}{(x-1)} = \frac{y(x+y-1)}{x(x-1)},$$

а звідси, взявши замість $x = x+1$, отримаємо математичне сподівання для випадку $m=1$: $E\xi = \sum_{n=0}^y np_n = \frac{y}{x+1}$.

Для знаходження дисперсії скористаємось співвідношенням (4). Матимемо

$$\sum_{n=0}^y (n+1)(n+2) \binom{y}{n} \binom{x+y-3}{n} = 2 \binom{x+2}{3} \binom{x}{3}.$$

Звідси $\sum_{n=0}^y n^2 \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n} = 2 \binom{x+2}{3} / \binom{x}{3} - 3 \sum_{n=0}^y \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n} - 2 \sum_{n=0}^y \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n}$, далі, використовуючи співвідношення (1), (2) і (3), отримаємо

$$E\xi^2 = \sum_{n=0}^y n^2 \frac{x+y}{x} \binom{y}{n} / \binom{x+y-1}{n} = \frac{y(x+2y)}{(x+1)(x+2)},$$

а тому дисперсія

$$D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2 = \frac{xy(x+y+1)}{(x+1)^2(x+2)}.$$

Подібний спосіб отримання математичного сподівання й дисперсії можна застосувати і для довільного m . В цьому випадку

$$E\xi = \frac{my}{x+1}, D\xi = \frac{my(x-m+1)y(x+y+1)}{(x+1)^2(x+2)}.$$

Числа Стірлінга другого роду. Є k однакових урн і n пронумерованих кульок. Скількома способами можна розмістити кульки в урнах, за умови щоб жодна урна не виявилася порожньою? Число таких розміщень називають числами Стірлінга другого роду і позначають символом $S(n, k)$.

Наприклад,

$$\begin{aligned} S(1,1) &= 1, S(2,1) = 1, S(2,2) = 1, S(3,1) = 1, \\ S(3,2) &= 3, S(3,3) = 1. \end{aligned}$$

Числа $S(n, k)$ задовольняють такому рекурентному співвідношенню:

$$S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k). \quad (5)$$

Справді, розіб'ємо множину всіх розміщень на два класи. До першого класу віднесемо всі розміщення з урною, в якій знаходиться тільки одна кулька з номером n . Таких розміщень буде $S(n-1, k-1)$. До другого класу віднесемо всі інші розміщення. Їх можна отримати так. Спочатку розмістимо в k урн кульки з номерами 1, 2, ..., $n-1$, а потім n -ту кульку будемо розміщувати по черзі в отримані раніше розміщення, їх буде $kS(n-1, k)$. Тому за правилом суми всіх розміщень буде $S(n-1, k-1) + kS(n-1, k)$.

Співвідношення (5) обґруntовує схему отримання чисел $S(n, k)$, яка називається трикутником Стірлінга другого роду [3, с.344] і є аналогом трикутника Паскаля для біноміальних коефіцієнтів.

Числа $S(n, k)$ часто зустрічаються в комбінаториці, наприклад, має місце тотожність

$$x^n = \sum_{k=0}^n S(n, k)x(x-1)(x-2)\cdots(x-k+1).$$

Суми всіх чисел $S(n, k)$ називаються числами Бела.

Принцип Діріхле. Є n урн і m кульок, $m \geq n$. Навміння розкладаємо кульки по урнах. Тоді знайдеться принаймні одна непорожня урна. В

англомовній літературі – pigeonhole (голубиних гнізд) principle:

Це твердження настільки очевидне, що, на перший погляд, з нього можна отримувати тільки тривіальні результати. Але це не так. На математичних олімпіадах часто зустрічаються задачі на застосування принципу Діріхле. Обмежимося одним відомим прикладом, який належить угорському математику Ердьошу [4, с.150]: з множини натуральних чисел $\{1, 2, \dots, 2n\}$ навміння береться $n+1$ число, довести, що серед вибраних чисел знайдеться принаймні два таких числа, що одне з них ділить інше. Справді, кожне з вибраних чисел подамо у формі $2^r a$, $1 \leq a \leq 2n-1$, де a непарне. Кількість непарних чисел в множині $\{1, 2, \dots, 2n\}$ дорівнює n , а у вибраній множині є $n+1$ число, тому повинно знайтись два числа з одинаковими непарними дільниками.

Статистики квантової механіки. Урнові моделі часто використовуються в статистичній фізиці. Наприклад, статистику Максвелла-Больцмана можна змоделювати так. Є n різних урн і k різних кульок. Тоді кожну кульку можна помістити в любу урун. Таких розміщень (за правилом добутку з комбінаторики) буде n^k , тому ймовірність отримати якесь розміщення дорівнює числу $1/n^k$. А якщо нас цікавить ймовірність отримати в першій урні k_1 кульок, в 2-й k_2 кульок, ..., в n -тій k_n кульок, $k_1+k_2+\cdots+k_n=k$, то отримаємо $p = \frac{n!}{k_1!k_2!\cdots k_n!} n^{-k}$.

В статистиці Фермі-Дірака кульки вважаються одинаковими і в одній урні дозволяється розміщувати не більше однієї кульки, тому ймовірність отримати таке розміщення дорівнює числу $\frac{k!(n-k)!}{n!}$. Таку модель можна застосувати для електронів, протонів і нейtronів.

В статистиці Бозе-Ейнштейна кульки вважаються одинаковими і в одній урні дозволяється розміщувати довільне число кульок, тому ймовірність отримати таке розміщення дорівнює числу $\frac{k!(n-1)!}{(n+k-1)!}$. Доведено, що така статистика має місце для фотонів, атомних ядер і атомів, які містять парне число частинок.

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок. В статті розглянуто ряд тем з комбінаторики та теорії ймовірностей, де при вивчені тих чи інших понять, можна з успіхом використовувати урнові моделі. Перспективними можуть стати дослідження з методики використання урнових моделей в статистичній фізиці

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

- Uspensky J. V. Introduction to Mathematical Probability. New York : McGraw-Hill, 1937. 411 p.
- Feller W. An Introduction to Probability Theory, v.I New York : John Wiley & Sons, Inc, 1968. 509 p.

3. Graham R. L., Knuth D. E. and Patashnic O. Concrete Mathematics. New York, Addison Wesley, 1989. 626 p.

4. Aigner M. and Ziegler G. M. Proof from the Book. Springer-Verlag, 2004. 356 p.

5. Balakrishnan N. and Nevzorov V. B. A Primer on Statistical Distributions. Wiley-Interscience, 2003. 305 p.

REFERENCES

1. Uspensky, J. V. (1937). Introduction to Mathematical Probability. New York : McGraw-Hill.

2. Feller, W. (1968). An Introduction to Probability Theory, v.I New York : John Wiley & Sons, Inc.

3. Graham, R. L., Knuth, D. E. and Patashnic, O. (1989). Concrete Mathematics. New York, Addison Wesley.

4. Aigner, M. and Ziegler, G. M. (2004). Proof from the Book. Springer-Verlag.

5. Balakrishnan, N. and Nevzorov, V. B. (2003). A Primer on Statistical Distributions. Wiley-Interscience.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна

доцент, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: методика навчання математики, дискретна математика.

ВОЛКОВ Юрій Іванович – професор, доктор фізико-математичних наук. професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: математичний аналіз, теорія ймовірностей. методика навчання математики, дискретна математика.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

VOJNALOVICH Natalia Mikhailivna – candidate of pedagogical sciences, docent, docent of department of mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Circle of research interests: theory and methodology of teaching (mathematics), discrete mathematics.

VOLKOV Yuriy Ivanovich – doctor of physics-mathematical sciences, professor, professor of department of mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Circle of research interests: mathematical analysis. theory probability, discrete mathematics, theory and methodology of teaching (mathematics).

Дата надходження рукопису 14.04.2019р.

УДК 81'4

ВОЛЧАНСЬКА Ганна Василівна –
кандидат філологічних наук, доцент кафедри української мови Центральноукраїнського
державного педагогічного університету ім. В. Винниченка

ORCID ID 0000-0002-9856-6445

e-mail: hanna_volchanska@ukr.net

ЧОРНА Олена Олегівна –

кандидат філологічних наук, старший викладач кафедри перекладу,
прикладної та загальної лінгвістики Центральноукраїнського
державного педагогічного університету ім. В. Винниченка

ORCID ID 0000-0002-9856-6445

e-mail: ochorna.mail@gmail.com

КОМУНІКАТИВНИЙ ІМІДЖ ЛІДЕРА: ПРИКЛАДНИЙ АСПЕКТ

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Вивчення феномену комунікативного іміджу було предметом нашого дослідження у 2009-2013 роках. Прикладним аспектом названого феномену стало видання книги «Комунікативний імідж Президента» (Київ, 2017) та розробка авторського очно-дистанційного курсу «Комунікація успіху» (викладався у 2016-2018 н.рр), а також його апробація у викладанні названої дисципліни студентам факультетів педагогіки і психології, філології та журналістики, іноземних мов та природничо-географічного факультету.

«Комунікація успіху» – прикладна дисципліна, метою якої ми обрали сформувати у студентів

ВНЗ базові знання про комунікацію, її види, компоненти і закони функціонування, а також сформувати навички використання технік переконання, міжособистісного спілкування, самопрезентації.

Проведене нами анкетування свідчить про те, що студенти на практиці переконалися, що вищий рівень комунікативних здібностей, а також адекватний ситуації комунікативний імідж безпосередньо визначають успішність їхньої соціальної діяльності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Кореляція між рівнем комунікативних здібностей та рівнем соціальних досягнень особистості вперше