

Кіровоградський обласний інститут післядипломної
педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського

В.В.Вдовенко

Комп'ютерні лабораторні роботи з геометрії у середовищі DG

7 клас



**Кіровоградський обласний інститут післядипломної
педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського**

В.В.Вдовенко

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

**Комп'ютерні лабораторні роботи
з геометрії у середовищі DG**

7 клас

Друкується за рішенням вченої ради Кіровоградського обласного
Інституту післядипломної педагогічної освіти
Імені Василя Сухомлинського

Кіровоград
2006

Навчально-методичний посібник: Комп'ютерні лабораторні роботи з геометрії у середовищі DG. 7 клас / Вдовенко В.В. – Кіровоград: Видавництво КОШПО імені Василя Сухомлинського, 2006. – 34с.

Даний навчально-методичний посібник містить набір задач з елементарної геометрії та детальні вказівки до їх розв'язування за допомогою засобів комп'ютерного пакета DG.

Призначений для вчителів математики, школярів, студентів математичних спеціальностей педагогічних вузів.

Рецензенти:

Ізюмченко Л.В. – доцент кафедри прикладної математики Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка, кандидат фіз.-мат. наук;

Чала М.С. – завідувача навчальним кабінетом інформатики Кіровоградського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти ім. В.Сухомлинського.

ПЕРЕДМОВА

Національна доктрина розвитку освіти передбачає активне впровадження сучасних інформаційних технологій, які б забезпечували подальше вдосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти.

В 2004 році на замовлення Міністерства освіти й науки України було розроблено ряд програмних засобів навчального призначення з різних предметів шкільного курсу, в тому числі й математики. Це такі програмні продукти, як “Системи лінійних рівнянь (7 – 8 кл.)” та “Динамічна геометрія (7 – 9 кл.)”.

Ті вчителі, які вже встигли ознайомитися з пакетом DG (Динамічна геометрія), відразу відчули всі його переваги. Програма надає такі широкі можливості при викладанні геометрії, про які зовсім нещодавно вчитель математики міг лише мріяти. Один і той самий урок можна провести зовсім по-іншому, враховуючи при цьому і технічне оснащення школи, і рівень підготовки учнів, і мету конкретного уроку.

Комп’ютерна лабораторна робота – новий тип уроку, який відкриває нові можливості, навіть нові погляди на викладання математики в школі; дозволяє здійснювати особистісний підхід до учнів та поетапне засвоєння знань, умінь і навичок; значно підвищує ефективність процесу навчання; перетворює урок геометрії на захоплююче навчальне дослідження. Проте методика та педагогічна технологія проведення уроків даного типу розроблена ще недостатньо. Саме з метою заповнити цю прогалину і був створений навчально-методичний посібник “Комп’ютерні лабораторні роботи з геометрії у середовищі DG. 7 клас”. Матеріал посібника розбито на 12 окремих уроків, складених згідно діючої програми з геометрії. До кожного уроку пропонується набір задач та детальні вказівки до їх розв’язування за допомогою комп’ютерного пакету DG.

Тож сподіваюся, що запропонований навчально-методичний посібник буде корисним не лише для вчителів математики, але й школярів та студентів математичних спеціальностей педагогічних вузів.

Урок 1. Тема: Знайомство з пакетом DG (Динамічна геометрія)

Навчальна мета :

Ознайомити учнів з основними інструментами пакету DG, навчити учнів будувати найпростіші фігури, вимірювати їхні елементи.

Тип уроку: Конструкторська діяльність.

Хід уроку

I. Основні класи точок. Побудова точок.

Процес побудови здійснюється за допомогою *геометричних інструментів*.

Найпростіша фігура – це точка. Точки у DG поділяють на два класи:

- ▶ **базові або незалежні точки** – ті точки, які можна рухати на площині за допомогою миші або змінюючи їхні координати з клавіатури;
- ▶ **залежні точки** – результати виконання геометричних операцій над фігурами або результат виконання геометричного перетворення точки (залежної або незалежної).

Завдання


1. Побудуйте точку. Для цього виберіть інструмент  (Точка) і клацніть мишкою у потрібній точці екрану. Отримаєте точку А. Побудуйте таким чином ще декілька точок.
2. Вилучіть точку А. Для цього клацніть на точці правою кнопкою миші (таким чином ви викличете контекстне меню) і виберіть команду *Вилучити точку*.
3. За допомогою контекстного меню викличте діалогове вікно *Властивості точки*. Змініть ім'я точки, її колір, форму та розмір (рис. 1.1.).



Рис. 1.1.

4. Сховайте точку. Для цього в діалоговому вікні *Властивості точки* скиньте прапорець *Видима* (або в контекстному меню виберіть команду *Сховати*).
5. Виберіть точку. У вікні діалогу *Властивості точки* виберіть установку *Залишати слід* і встановіть у відповідному місці прапорець. При цьому активізується блок, який дозволяє вибрати колір, товщину і вигляд сліду.

Примітка. При виборі такої установки для базової точки вона перетворюється в “олівець”, за допомогою якого можна буде просто малювати. Якщо таку установку зробити для залежної точки, то вона буде описувати траєкторію руху цієї точки при зміні об’єктів, від яких дана точка залежить.

II. Типи ліній та їх побудова





Лінії в DG, як і точки, можуть бути двох типів:



- ▶ **базові або незалежні лінії** (геометричні примітиви) – це лінії, які можна побудувати за допомогою електронних аналогів лінійки та циркуля: відрізки, промені, прямі, кола (двох типів: коло за даним радіусом та центром і коло за центром та точкою на колі), дуги;
- ▶ **залежні лінії** або траєкторії точок геометричної фігури при динамічній зміні її параметрів.

Всі лінії задаються точками. Після побудови примітива його базові точки можуть переміщуватись за допомогою миші.


Завдання.

Побудуйте довільний трикутник і “розв’яжіть” його (виміряйте всі його параметри)

1. Побудуйте відрізок АВ. Для цього виберіть інструмент *Відрізок* , після чого клацніть мишкою на кінцях відрізка, що будується. Кінці відрізка будуть позначені першими літерами алфавіту А і В (позначення можна змінити за допомогою діалогу *Властивості точки*).
2. Аналогічно побудуйте відрізки ВС та СА. Отримається “каркасний” трикутник.
3. Перетворіть побудований трикутник із “каркасного” на “суцільний”. Для цього виберіть в меню команду *Фігури/ Побудови/ Многокутник* і клацніть мишкою послідовно всі вершини многокутника А, В, С, А (многокутник обов’язково потрібно замкнути). Якщо все зроблено правильно, буде отримано зафарбований трикутник.
4. Виміряйте довжини сторін трикутника. Для цього виберіть інструмент  (*Виміряти відстань*) та клацніть мишею кінці вимірюваного відрізка.
5. Виміряйте величини кутів трикутника, обравши інструмент  (*Виміряти кут*). Для того, щоб мишкою змінювати положення точок А, В і С, активізуйте вікно . Прослідкуйте, як змінюються результати вимірювання.

6. Виберіть інструмент *Точка фігури*  і поставте точку D на стороні АВ. Активізуйте вікно . Спробуйте рухати точку D за допомогою мишки. Вона буде пересуватися лише вздовж відрізка АВ. Клацнувши правою кнопкою на точку D, виберіть в контекстному меню команду *Відстебнути точку*. Тепер точка D може рухатися у будь-якому напрямку.
7. Закріпіть точку D на місці. Для цього у вікні діалогу *Властивості точки* зніміть прапорець *Доступна*. Спробуйте тепер рухати точку D.
8. Поверніть точці D статус доступної. Для цього треба викликати меню *Фігури/Список точок*. За допомогою цього вікна діалогу можна задати установки *Доступна/Недоступна* одночасно для довільної кількості точок динамічного рисунка.

Додаткове завдання. У задане коло впишіть довільний трикутник.

1. Побудуйте коло (інструмент *Коло* ).
2. Виберіть інструмент *Точка фігури* і мишкою позначте на колі три точки.
3. За допомогою інструменту *Відрізок* з'єднайте отримані точки.
4. Використавши інструмент *Многокутник*, перетворіть “каркасний” трикутник в “суцільний”. Динамічно змінюючи положення вершин трикутників, переконайтеся у правильності виконаної побудови.

Уроки 2-3. Тема: Побудова трикутника за даними сторонами

Навчальна мета :

Вивчити алгоритм побудови трикутника за даними сторонами. Здійснити дослідження задачі. Познайомитися з підходами у розв'язуванні типових задач.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Хід уроку

Базова задача. Побудувати трикутник за даними сторонами a , b , c .

Алгоритм побудови

1. Побудуйте відрізки A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 – це задані сторони шуканого трикутника (використайте інструмент *Відрізок*).

Примітка. Разом точки можна перейменувати у діалоговому вікні *Вид/ Список точок*, або окремо у вікні *Властивості точки*.

2. Окремо побудуйте промінь $АН$ (інструмент *Промінь*).
3. Побудуйте коло ω_1 з центром в точці A й радіусом рівним C_1C_2 (використайте інструмент *Коло за радіусом*).
4. Знайдіть точку перетину кола ω_1 з променем $АН$ (інструмент *Точка перетину*). Отримаєте точку B . Сховайте коло ω_1 .
5. Побудуйте коло ω_2 з центром в точці A й радіусом B_1B_2 (інструмент *Коло за радіусом*).
6. Побудуйте коло ω_3 з центром в точці B та радіусом A_1A_2 (інструмент *Коло за радіусом*).
7. Знайдіть точки перетину кіл ω_2 і ω_3 (інструмент *Точка перетину*). Отримаєте точки C та K .
8. Побудуйте трикутник ABC (інструмент *Многокутник*).

(Примітка. Коло ω_2 і ω_3 можна зобразити пунктиром. Для цього необхідно встановити опцію *Властивості фігури / Стиль лінії / ---- / ОК*).

9. Виміряйте довжини відрізків A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 та сторони трикутника ABC (інструмент *Вимірювання відрізків*). Одержані результати порівняйте з наведеними на рис. 2.1.

10. Динамічно змінюючи відрізки A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 , прослідкуйте за зміною трикутника ABC . Чи завжди існує трикутник ABC ?

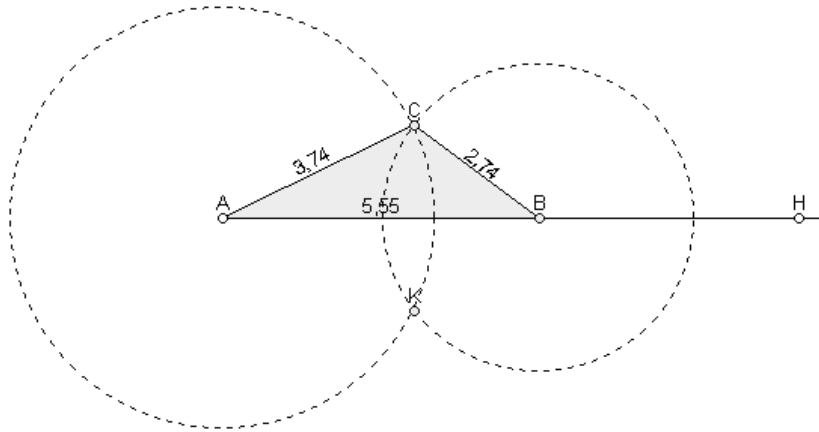
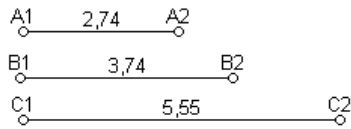


Рис. 2.1.

11. Збільшуючи відрізок C_1C_2 , знайдіть граничну точку, при якій трикутник ABC не існує, але кола ω_2 і ω_3 дотикаються. Довжини відрізків A_1A_2 та B_1B_2 при цьому не змінюйте. Одержані результати порівняйте з наведеними на рис. 2.2.

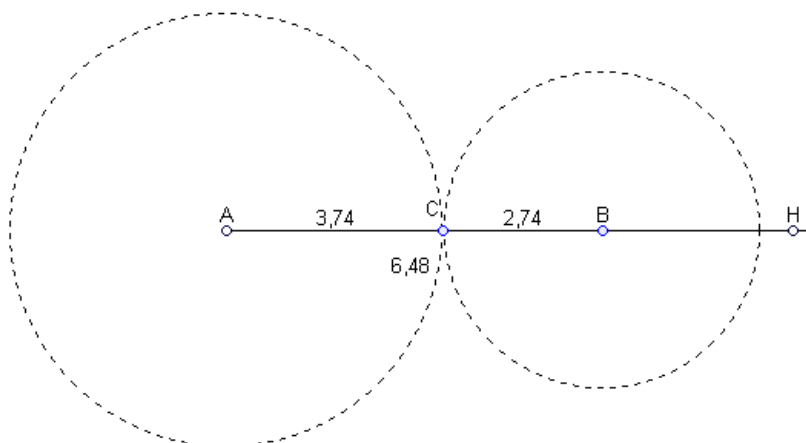
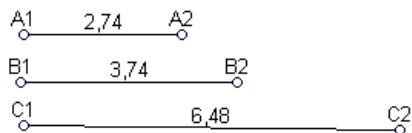


Рис. 2.2.

12. Результати вимірювань занесіть до таблиці:

	AB, см	BC, см	AC, см	AB + BC, см	Чи існує ΔABC ?
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

13. Порівняйте величини $AC + BC$ та AB . Заповніть пропущені місця у реченні:

Трикутник ABC існує, якщо $AC + BC$ _____ AB ;

Трикутник ABC не існує, якщо $AC + BC$ _____ AB .

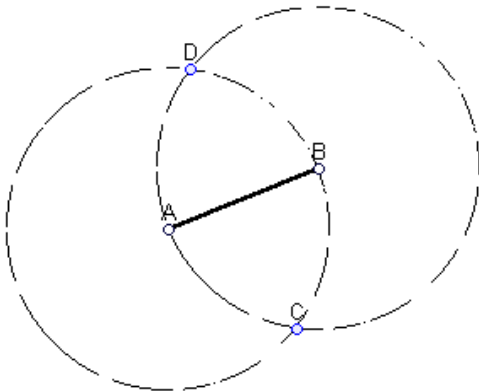
14. Повторіть крок за кроком етапи побудови трикутника ABC (команда *Вид / Покрокове відтворення побудови*).

Задача. Побудуйте рівносторонній трикутник із заданою стороною.

Алгоритм побудови

1. Побудуйте заданий відрізок AB (використайте інструмент *Відрізок*).

2. Побудуйте коло з центром у точці A і таке, що проходить через точку B (використайте інструмент *Коло*).



3. Побудуйте коло з центром у точці B і таке, що проходить через точку A .

4. Побудуйте точки перетину двох кіл з центрами у точках A і B (використайте інструмент *Точка перетину*).

Рис. 2.3.

5. Точки C і D – точки перетину. Сховайте точку D та кола (команда *Сховати*). Проведіть відрізки AC і BC .

6. Виміряйте довжини сторін та градусні міри кутів трикутника ABC . Одержані результати порівняйте з наведеними на рис. 2.4.

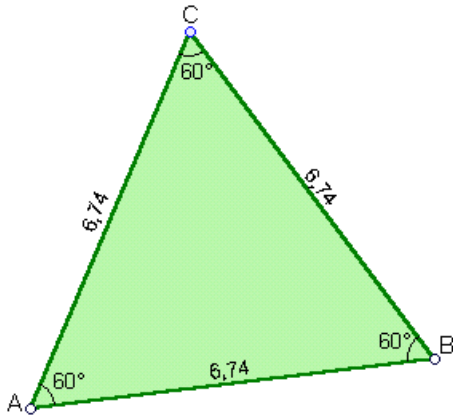


Рис. 2.4.

7. Заповніть пропущені місця у реченні:

Трикутник ABC – правильний, якщо :

$$AB \underline{\hspace{1cm}} BC \underline{\hspace{1cm}} AC,$$

$$\angle A \underline{\hspace{1cm}} \angle B \underline{\hspace{1cm}} \angle C = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$$

8. Динамічно змініть положення вершин А і В для того, щоб переконалися у вірності виконаної побудови.

9. Повторіть крок за кроком етапи побудови правильного трикутника ABC (команда Вид / Покрокове відтворення побудови).

Додаткові задачі

1. Дано трикутник ABC. Побудуйте інший трикутник ABD, що дорівнює даному.
2. Побудуйте коло даного радіуса, що проходить через дві дані точки.
3. Побудуйте трикутник за двома сторонами і радіусом описаного кола.

Урок 4. Тема: Побудова кута, рівного даному.

Побудова бісектриси кута.

Навчальна мета :

Вивчити алгоритми побудови кута, рівного даному та побудови бісектриси даного кута.

Тип уроку: Конструкторська діяльність.

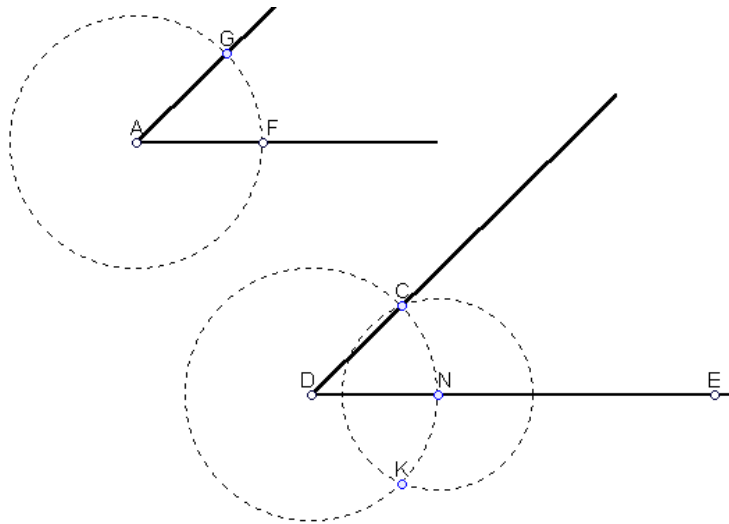
Хід уроку

Базова задача 1. Відкласти від даної півпрямої в дану півплощину кут, що дорівнює даному куту.

Алгоритм побудови

1. Побудуйте заданий кут А. Пропонуємо це зробити за допомогою побудови двох відрізків із спільним кінцем – точкою А (інструмент Відрізок). Сховайте кінці отриманих відрізків, окрім точки А.

- Окремо побудуйте промінь DE (інструмент *Промінь*).
- Побудуйте коло ω_1 з центром в точці A довільного радіусу (інструмент *Коло*). За допомогою інструменту *Точка перетину* знайдіть точки



перетину цього кола зі сторонами кута A (на рис. 4.1 – це точки G та F).

- Побудуйте коло ω_2 з центром в точці D того ж радіусу, що й коло ω_1 . Знайдіть точку перетину кола ω_2 й променя DE (точка N).

Рис. 4.1.

- Побудуйте коло ω_3 з центром в точці N та радіусом FG. Використавши інструмент *Точка перетину*, знайдіть точку перетину кіл ω_2 та ω_3 (точка C).
- Побудуйте промінь DC (інструмент *Промінь*).
- За допомогою інструменту *Виміряти кут* виміряйте заданий кут A та побудований кут CDE.
- Динамічно змінюючи положення точки A, змінійте заданий кут. Як зміниться величина побудованого кута? Зробіть висновок.
- Повторіть крок за кроком етапи побудови (команда *Вид / Покрокове відтворення побудови*).

Базова задача 2. Побудувати бісектрису даного кута.

Алгоритм побудови

- Побудуйте заданий кут A (інструмент *Промінь*).
- Побудуйте дугу ω_1 довільного радіусу з центром в точці A так, щоб вона перетинала сторони даного кута (інструмент *Дуга*) (*Примітка. Для побудови дуги потрібно задати п'ять точок: початок і кінець радіусу, центр, початок і кінець дуги*).

3. За допомогою інструменту *Точка перетину* знайдіть точки перетину дуги ω_1 та сторін даного кута. Отримаємо точки С та D.
4. Побудуйте дуги ω_2 та ω_3 однаковими радіусами (можна взяти за радіус довжину відрізка AD).

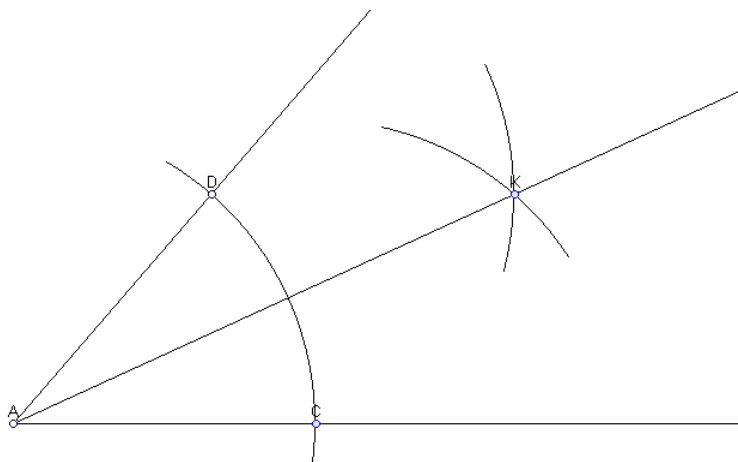


Рис. 4.2.

5. Знайдіть точку перетину дуг ω_2 і ω_3 – точку К (інструмент *Точка перетину*).
6. Проведіть промінь АК (інструмент *Промінь*).
7. За допомогою інструменту *Виміряти кут* виміряйте кути DAK та САК.
8. Динамічно змінюючи положення точки А, змінюйте заданий кут. Як зміняться величини кутів DAK та САК? Зробіть висновок.
9. Повторіть крок за кроком етапи побудови (команда *Вид/Покрокове відтворення побудови*).

Додаткові задачі

1. Побудуйте бісектрису даного кута, але використайте замість дуг ω_1 – ω_3 відповідні кола.
2. Поділіть кут на чотири рівні частини.
3. Побудуйте кут, який дорівнює 45° .
4. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бічною стороною і кутом при основі.
5. Побудуйте трикутник за двома сторонами і кутом між ними.
6. Побудуйте трикутник за стороною і двома прилеглими кутами.
7. Побудуйте трикутник за двома сторонами і кутом, протилежним більшій з них.

Уроки 5-6. Тема: Ділення відрізка пополам

Навчальна мета :

Вивчити алгоритми поділу відрізка пополам. Ознайомитися з підходами у розв'язанні типових задач.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Хід уроку

Базова задача. Поділити відрізок пополам.

Алгоритм побудови

1. Побудуйте відрізок АВ (інструмент *Відрізок*).
2. З точок А і В радіусом АВ побудуйте кола (інструмент *Коло*).
3. Знайдіть точки перетину побудованих кіл (інструмент *Точка перетину*).
Отримаєте точки С і D.
4. Через точки С і D побудуйте відрізок.
5. Знайдіть точку перетину відрізків АВ та CD. Це буде точка E.
6. За допомогою інструменту *Виміряти відстань* виміряйте відрізки AE і BE.

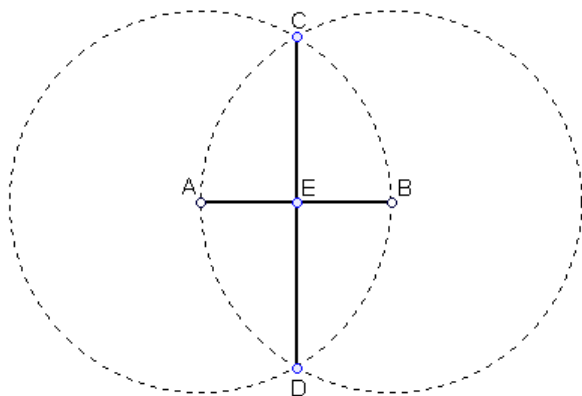



Рис. 5.1.

Примітка. Якщо необхідно збільшити точність вимірювання, то можна відкрити вікно *Опції / Різне / Десяткова точність* (кількість знаків після коми)/ *точність відстаней* і поставити необхідне число.

7. Динамічно змінюючи положення точок А і В, прослідкуйте за зміною відстаней AE і BE. Зробіть висновок.

(Примітка. Пакет DG дозволяє значно скоротити процес ділення відрізка пополам. Для цього досить увімкнути інструмент *Середина відрізка*  та за допомогою мишки вказати

кінці цього відрізка. До того ж можна знаходити середину відрізка навіть якщо відрізок не побудований, а лише задано його кінці, як на рис. 5.2.)

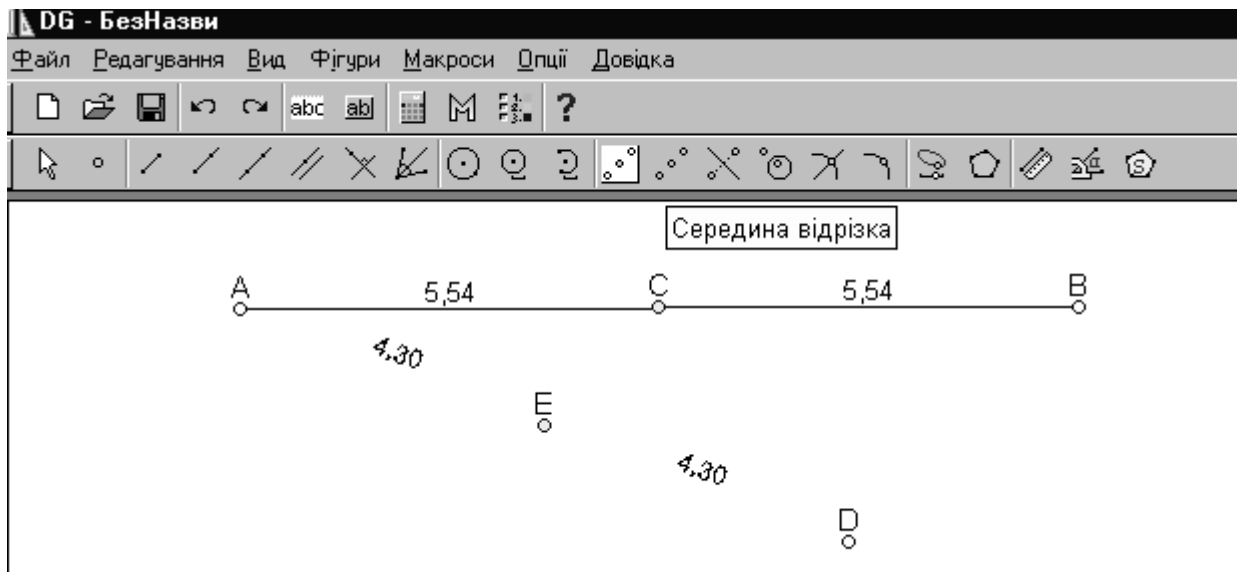


Рис. 5.2.

8. Побудуйте заново відрізок АВ і за допомогою інструмента *Середина відрізка* знайдіть його середину.
9. Виміряйте відстані АС і ВС (інструмент *Виміряти відстань*).
10. Динамічно змінюючи положення точок А і В, прослідкуйте за зміною відстаней АС і ВС. Чи зберігається рівність цих відрізків?

Задача. Побудуйте трикутник за стороною, медіаною, проведеною до цієї сторони, і радіусом описаного кола.

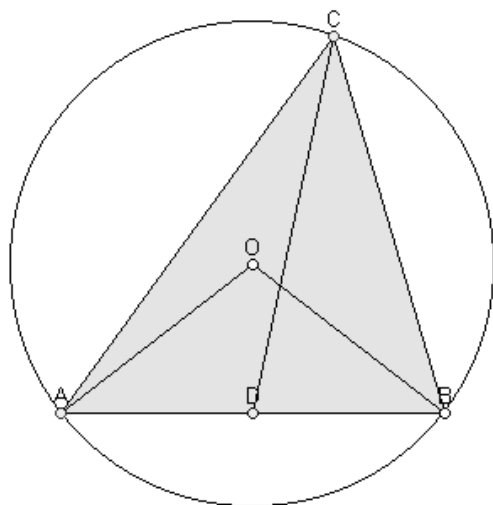


Рис. 5.3.

Аналіз

Припустимо, що трикутник ABC побудовано (рис. 5.3.).

Нехай дано сторону АВ, медіану CD і радіус описаного кола R. Тоді можна легко побудувати трикутник AOB (за трьома сторонами) та коло з центром в точці O за даним радіусом. Точка C буде лежати на перетині цього кола і медіани.

Побудова

1. Побудуйте задані відрізки: A_1B_1 – дана сторона трикутника, M_1M_2 – медіана, проведена до даної сторони, R_1R_2 – радіус описаного кола.

Примітка. Для того, щоб скоригувати позначення точки, необхідно викликати з контекстного меню команду **Властивості точки** й змінити ім'я точки на потрібне.

2. Окремо побудуйте відрізок AB , довжина якого повинна дорівнювати A_1B_1 . Для цього побудуйте промінь AK (інструмент *Промінь*), коло ω_1 з радіусом, рівним A_1B_1 і центром в точці A (інструмент *Коло за радіусом*).
3. Побудуйте точку перетину променя AK і кола ω_1 . Буде отримано точку B . Сховайте коло ω_1 і промінь AK .

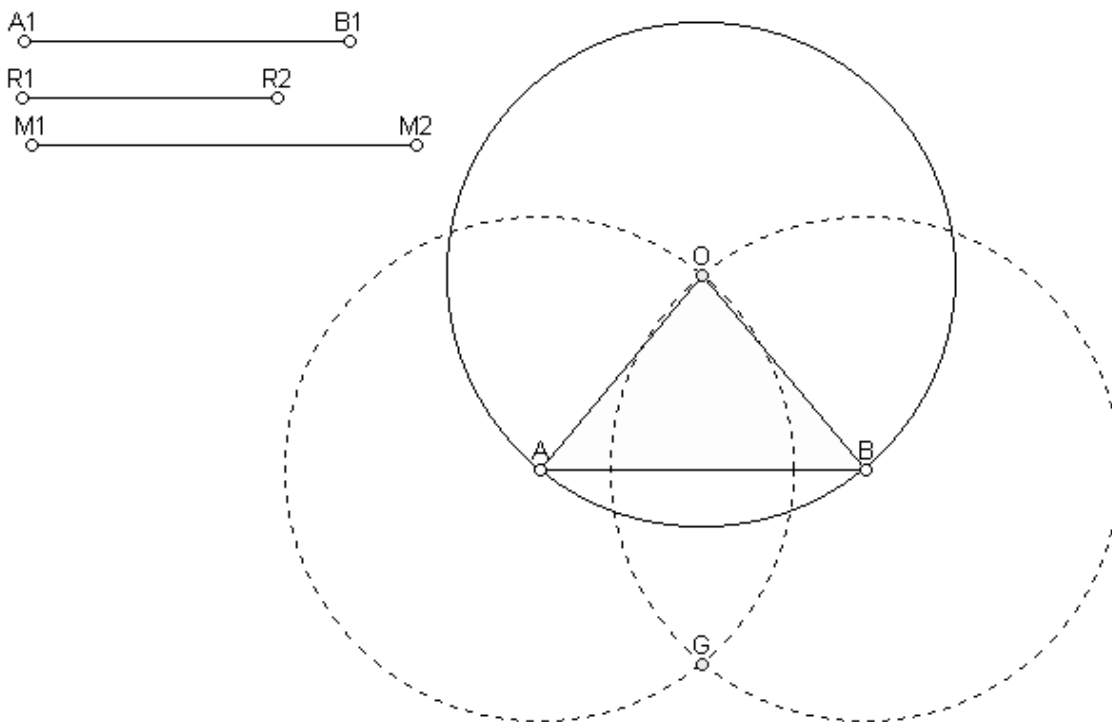



Рис. 5.4.

4. Побудуйте два кола із заданим радіусом R_1R_2 з центрами в точках A і B (інструмент *Коло за радіусом*). Побудуйте точки перетину цих кіл – точки G і O (інструмент *Точка перетину*).
5. Побудуйте трикутник AOB .
6. Побудуйте коло ω_2 з центром в точці O та радіусом R_1R_2 . Це коло буде проходити через точки A і B (рис. 5.4.).

7. Знайдіть середину відрізка AB (можна скористатися інструментом *Середина відрізка* ). Буде отримано точку D .
8. Побудуйте коло ω_3 з центром в точці D і радіусом M_1M_2 (інструмент *Коло за радіусом*).

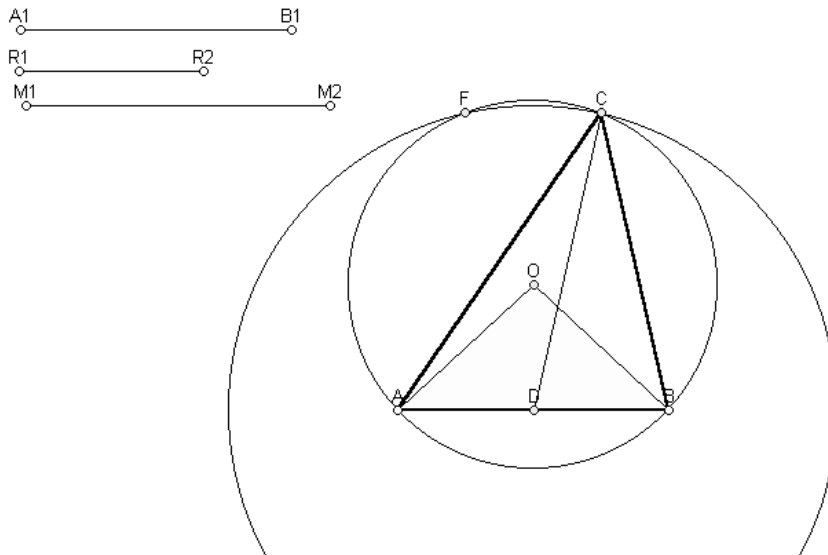


Рис. 5.5.

9. Знайдіть точки перетину кіл ω_2 і ω_3 . Буде отримано точки C і F . Сховайте зайві побудови (див. рис. 5.5.).
10. Побудуйте шуканий трикутник ABC (трикутник ABF також буде шуканий).

Дослідження

- Динамічно змінюйте довжини заданих відрізків. Чи завжди будуть існувати трикутники ABC та ABF ? Чи можуть трикутники ABC та ABF збігатися?
- Скориставшись інструментом *Вимірювання відстаней*, перевірте правильність виконаної побудови. Чи зберігаються рівності відрізків $AB=A_1B_1$, $AO=BO=R_1R_2$, $CD=M_1M_2$? Зробіть висновки.
- Повторіть крок за кроком етапи побудови трикутника ABC (команда *Вид / Покрокове відтворення побудови*).

Додаткові задачі

- Дано трикутник. Побудуйте його медіани.
- Побудуйте трикутник за двома сторонами і медіаною, проведеною до однієї з них.

3. Побудуйте трикутник за двома сторонами і медіаною, проведеною до третьої сторони.

Уроки 7-8. Тема: Побудова перпендикулярної прямої

Навчальна мета :

Вивчити алгоритми побудови перпендикулярної прямої. Ознайомитися з підходами до розв'язуванні типових задач.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Хід уроку

Базова задача. Через дану точку O провести пряму, перпендикулярну до даної прямої a .

Можливі два випадки:

- 1) точка O лежить на прямій a ;
- 2) точка O не лежить на прямій a .

Розглянемо алгоритм побудови для **першого випадку** (рис. 7.1.).

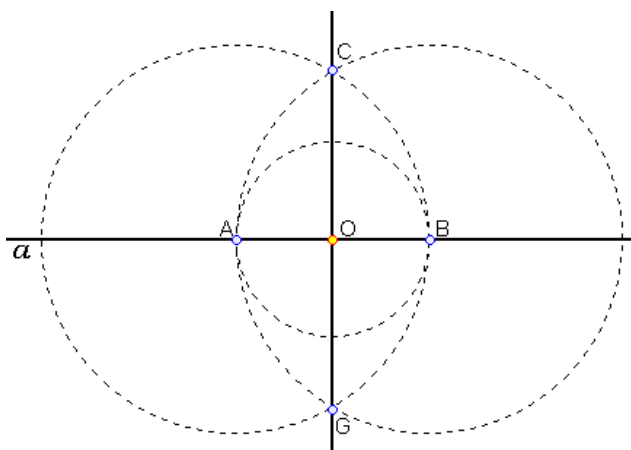


Рис. 7.1.

1. Побудуйте пряму (інструмент *Пряма*). Побудуйте на ній точку (інструмент *Точка фігури*) й позначте її як O (скоригувати позначення точки можна викликавши з контекстного меню команду *Властивості точки* й змінити ім'я точки на потрібне).
2. Підпишіть пряму. Для цього можна скористатися опцією *Добавити надпис* / *Властивості надпису*, ввести a та закріпити надпис у потрібному місці.

- З точки O довільним радіусом проведіть коло. За допомогою інструменту *Точка перетину* знайдіть точки перетину цього кола з прямою a . Позначте ці точки як A і B .
- З точок A і B проведіть кола радіусом AB . Знайдіть точки перетину цих кіл (точки C і G).
- Через точки O і C проведіть пряму.
- За допомогою інструмента *Виміряти кут* виміряйте кути AOC і BOC . Запишіть результати вимірювання: $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Динамічно змінюйте положення точки O . Чи зміняться при цьому градусні міри кутів AOC та BOC ? Зробіть висновок.
- Доведіть, що $CO \perp a$.

Розглянемо **другий випадок** (рис. 7.2.).

- Аналогічно до першого випадку побудуйте задану пряму. Підпишіть її як a (скористайтеся опцією *Добавити надпис / Властивості надпису*).
- Побудуйте точку O , що не належить прямій a (інструмент *Точка*).

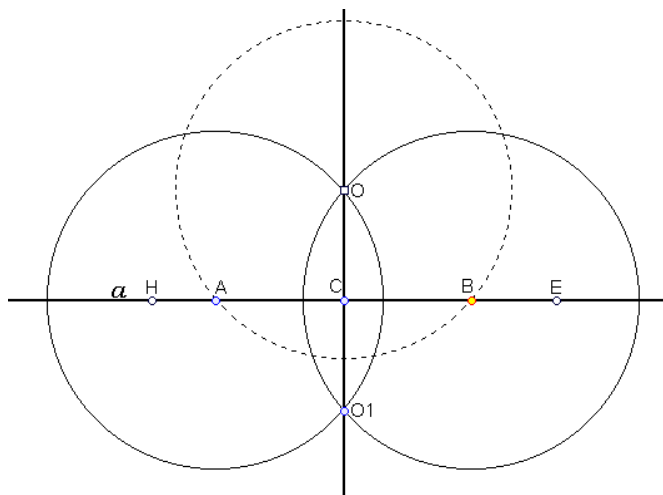



Рис. 7.2.

- Побудуйте точку F , яка належить прямій a (інструмент *Точка фігури*).
- Побудуйте коло ω_1 з центром в точці O , яке проходить через точку F . Знайдіть точки перетину кола ω_1 з прямою a (позначте їх A і B).
- З точок A і B радіусом AO проведіть кола ω_2 і ω_3 . Знайдіть точки перетину цих кіл (точки O та O_1). Сховайте допоміжні побудови.
- Через точки O й O_1 побудуйте пряму. Знайдіть точку перетину прямих a та OO_1 . Буде отримано точку C .

7. За допомогою інструмента *Виміряти кут* виміряйте кути АСО й ВСО. Запишіть результати вимірювання: $\angle АСО = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle ВСО = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. Динамічно змінюйте положення точки О. Чи зміняться при цьому градусні міри кутів АСО й ВСО? Зробіть висновок.
9. Доведіть, що $ОО_1 \perp a$.
10. Повторіть крок за кроком етапи побудови (команда *Вид / Покрокове відтворення побудови*).

Пакет DG дозволяє майже миттєво виконати процес побудови перпендикулярної прямої. Для цього необхідно задати пряму та увімкнути інструмент *Перпендикулярна пряма* . Точку, через яку будують перпендикулярну пряму, можна задати за допомогою мишки як на заданій прямій, так і за її межами.

►Виберіть інструмент *Пряма* побудуйте пряму АВ.

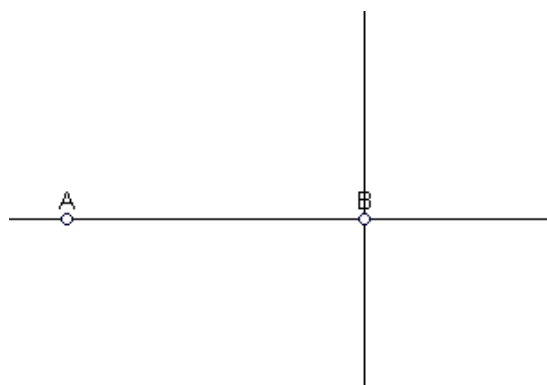


Рис. 7.3.

►Активізуйте інструмент

Перпендикулярна пряма, вкажіть мишкою пряму АВ та точку В заданої прямої, через яку буде проходити перпендикуляр (рис. 7.3.). Побудуйте перпендикуляр.

►Динамічно змінюючи положення точки В, переконайтеся у правильності побудови.

► Аналогічно побудуйте перпендикуляр,

який би проходив через точку С, що не належить заданій прямій АВ (рис. 7.4.). Динамічно змінюючи положення точок А, В і С, переконайтеся у правильності виконаної побудови.

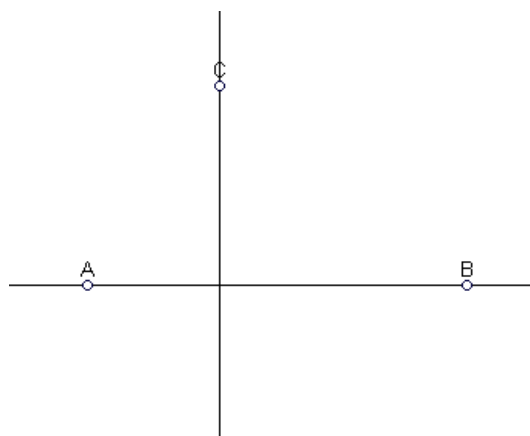
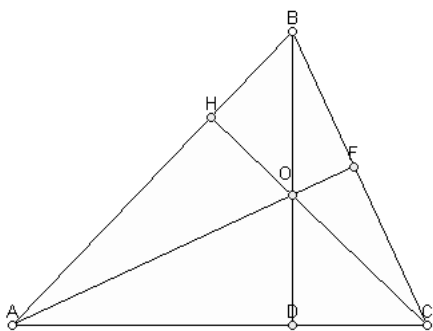


Рис. 7.4.

Задача. Дано гострокутний трикутник. Побудуйте його висоти.

1. Побудуйте заданий трикутник ABC (інструмент *Многокутник*).
2. Виберіть інструмент *Перпендикулярна пряма* і вкажіть спочатку на сторону AC, а потім – на точку B. Після цього знайдіть точку перетину цієї прямої та сторони AC (інструмент *Точка перетину*). Отримаєте точку D.



3. Сховайте пряму і проведіть відрізок BD.
4. Аналогічно побудуйте висоти до двох інших прямих (рис. 7.5.).
5. За допомогою інструменту *Точка перетину* знайдіть точку перетину висот AF і CH. Позначте цю точку як O.

Рис. 7.5.

6. Динамічно змінюючи положення вершин трикутників, переконайтеся у правильності побудови. Зверніть увагу на те, що коли виходить тупокутний трикутник, то дві висоти “зникають”. Чому? Що потрібно змінити в алгоритмі побудови, щоб провести висоти у тупокутному трикутнику?

Додаткові задачі:

1. Дано тупокутний трикутник. Побудуйте його висоти. (Підказка: див. рис. 7.6.).

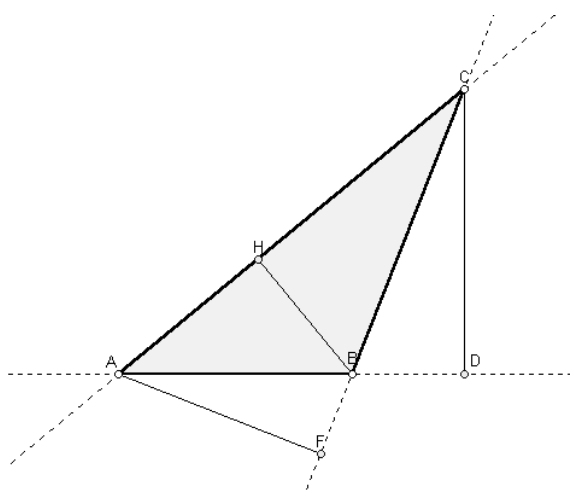


Рис. 7.6.

2. Побудуйте прямокутний трикутник за гіпотенузою і катетом.
3. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бічною стороною і висотою, опущеною на основу.

Урок 9. Тема: Побудова кола, описаного навколо трикутника

Навчальна мета :

Вивчити алгоритм побудови кола, описаного навколо трикутника. Навчити учнів використовувати при побудові макроси.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Хід уроку

Базова задача. Побудуйте коло, описане навколо даного трикутника.

1. Побудуйте вершини заданого трикутника ABC (інструмент *Точка*). З'єднайте вершини трикутника за допомогою інструменту *Відрізок*. Перейдіть від “каркасного” трикутника до суцільного (*Многокутник*).
2. Побудуйте точку D – середину відрізка AB та точку E – середину відрізка BC (інструмент *Середина відрізка*).
3. Виберіть інструмент *Перпендикулярна пряма* і вкажіть спочатку на сторону AB, а потім на точку D. Одержимо серединний перпендикуляр до сторони AB.
4. Аналогічно побудуйте серединний перпендикуляр до сторони BC. Побудовані серединні перпендикуляри можна позначити пунктиром. Для цього досить викликати з контекстного меню команду *Властивості фігури* й обрати потрібний стиль ліній.
5. За допомогою інструменту *Точка перетину* побудуйте точку перетину серединних перпендикулярів. Скоригуйте позначення точки (команда *Властивості точки*) та замініть її ім'я на O.
6. Через точку O проведіть коло радіусом OB (інструмент *Коло*).

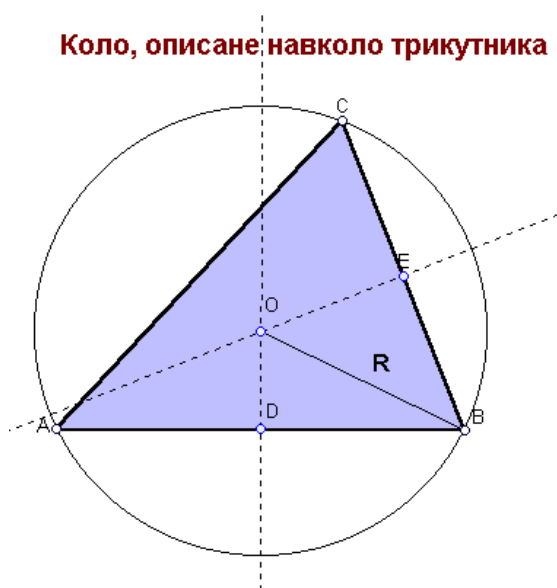


Рис. 9. 1.

7. Проведіть відрізок ОВ. Підпишіть його: для цього виберіть операцію *Добавити надпис*. Потім у відкритому вікні *Властивості надпису* введіть позначення R (відкривши відповідне віконце, можна змінювати шрифт надпису, його розмір та колір). Перетаскуванням за допомогою мишки встановіть надпис у потрібному місці (рис. 9.1.).
8. До отриманого малюнка зробіть підпис “Коло, описане навколо трикутника” (операція *Добавити надпис*).
9. Динамічно змінюючи положення вершин трикутника, переконайтеся у правильності побудови.
10. Виміряйте кути трикутника (інструмент *Виміряти кут*). Динамічно змінюючи положення вершин трикутників розгляньте три випадки:
 - ▶ для гострокутного трикутника;
 - ▶ для прямокутного трикутника;
 - ▶ для тупокутного трикутника.

Що відбувається з центром кола? Як змінюється його положення? (Знаходиться всередині трикутника, за межами трикутника, лежить на стороні трикутника).

11. Заповніть таблицю:

	Тип трикутника	$\angle ABC$	$\angle CAB$	$\angle ACB$	Де знаходиться центр кола?
1.	Гострокутний				
2.	Прямокутний				
3.	Тупокутний				

12. Зробіть висновки.

Примітка. Дуже часто, побудова, яка уже зроблена, буває потрібна як допоміжна побудова при створенні більш складних креслень. Щоб автоматизувати цю трудомістку роботу, використовують **макроси**. При створенні макросу вказуються вихідні та результуючі об'єкти. При його використанні вказують лише вихідні об'єкти, а комп'ютер

сам побудує результуючі об'єкти, аналогічні вказаним при створенні макросу. Покажемо на прикладі створення та використання макросу.

Задача. Створіть макрос для побудови трикутника, описаного навколо кола. (Можна використати малюнок, отриманий у попередній задачі).

1. В меню *Макроси* оберіть команду *Створити макрос* та задайте вихідні об'єкти клацнувши мишею на точках А, В і С. Натисніть мишею на кнопку *Завершити вибір вихідних об'єктів*.
2. Задайте результуючі об'єкти – клацніть мишею на трикутнику, точці О та колі. Натисніть мишею на кнопку *Завершити вибір результуючих об'єктів*.
3. Задайте ім'я макросу Circle(R) і збережіть його.
4. Перевірте, чи працює створений макрос:
 - ▶ виберіть в меню команду *Створити новий рисунок* (Ctrl+N) та побудуйте новий трикутник ABC;
 - ▶ в меню *Макрос* обираєте ім'я Circle(R) та клацаєте мишею по вихідних об'єктах (вершинах новоствореного трикутника ABC);
 - ▶ динамічно змінюючи вершини трикутника, перевірте правильність побудови.

Додаткові задачі

1. В трикутнику ABC проведено висоти BB_1 та CC_1 . Дослідіть, під яким кутом перетинаються прямі B_1C_1 та AO , де O – центр описаного кола (бажано використати макрос, створений у попередній задачі). Доведіть висунуту гіпотезу.
2. Дано коло. Знайдіть його центр.

Урок 10. Тема: Побудова кола, вписаного в трикутник

Навчальна мета :

Вивчити алгоритм побудови кола, вписаного в трикутник. Навчити учнів використовувати при побудові макроси.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Хід уроку

Базова задача. Побудуйте коло, вписане в заданий трикутник.

Як відомо, центр вписаного кола знаходиться в точці перетину бісектрис трикутника. Спочатку слід створити макрос, для побудови бісектриси кута трикутника, зберегти його на диску, а потім використати при побудові бісектрис трикутника.

Побудова макросу “Бісектриса кута трикутника”

1. Задайте три довільні точки площини A , B , C і побудуйте промені BA і BC .
2. Побудуйте коло з центром в точці B та радіусом BA .
3. Знайдіть точку D перетину побудованого кола з променем BC .
4. Побудуйте коло з центром в точці A та радіусом AD .
5. Побудуйте коло з центром в точці D та радіусом DA .
6. Знайдіть точки F та G перетину побудованих кіл.
7. Побудуйте пряму FG . Бісектриса кута ABC буде зливатися з одним із променів BF або BG .
8. Побудуйте відрізок AD і знайдіть точку перетину цього відрізка з прямою FG .
9. Побудуйте промінь BH – бісектрису кута ABC (рис. 10.1.). Сховайте всі допоміжні побудови (досить залишити лише точки A , B , C та бісектрису).

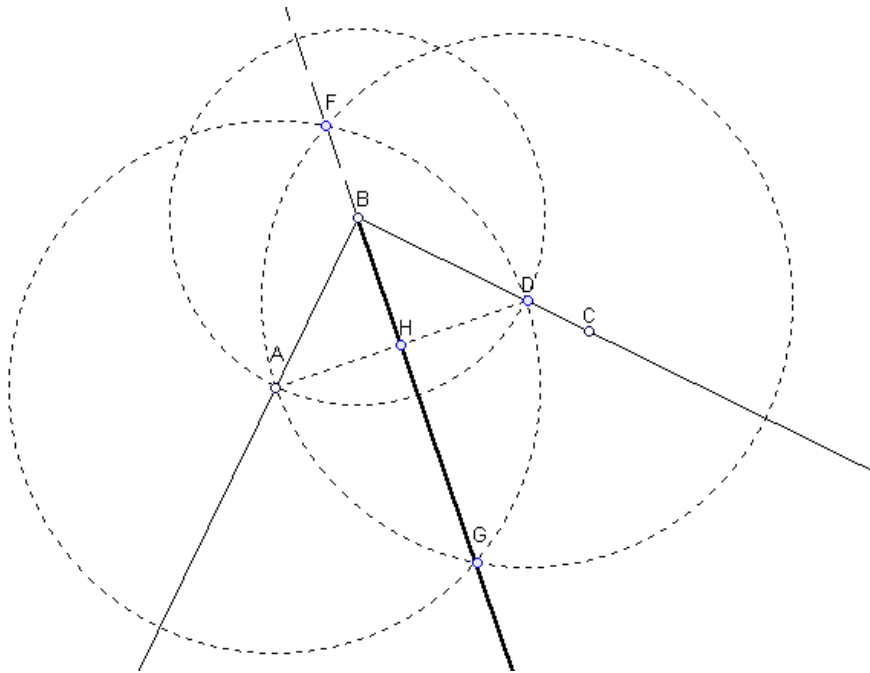


Рис. 10.1.

10. Виберіть в меню *Макрос* команду *Створити макрос* та задайте вихідні об'єкти клацнувши мишею на точках А, В і С. Натисніть мишею на кнопку *Завершити вибір вихідних об'єктів*.
11. Задайте результуючі об'єкти – клацніть мишею на бісектрисі. Натисніть мишею на кнопку *Завершити вибір результуючих об'єктів*.
12. Задайте ім'я макросу *Bisect* і збережіть його.

Побудова кола, вписаного в трикутник

1. Побудуйте трикутник ABC (інструмент *Многокутник*).
2. Побудуйте бісектрису кута ABC. Для цього скористайтеся макросом *Bisect*: виберіть команду *Макроси / Bisect* і вкажіть вершини трикутника А, В, С.
3. Аналогічно побудуйте бісектрису кута ВСА (виберіть макрос *Bisect* і вкажіть вершини трикутника В, С, А).
4. Побудуйте точку перетину побудованих бісектрис. Отримано точку О – центр вписаного кола.
5. Побудуйте вписане коло (рис. 10.2.). Для цього знайдіть точку дотику кола і сторони АВ:

- ▶ Побудуйте перпендикуляр до сторони АВ, що проходить через точку О. Для цього можна скористатися інструментом *Перпендикулярна пряма*.
- ▶ Знайдіть точку Т перетину побудованого перпендикуляра зі стороною АВ (інструмент *Точка перетину*).
- ▶ Побудуйте вписане коло з центром в точці О та радіусом ОТ (інструмент *Коло*).

Примітка. Якщо макрос розроблявся в іншому сеансі роботи з пакетом DG, його спочатку треба завантажити, використовуючи для цього команду *Макроси / Завантажити макрос*.

6. Підпишіть малюнок (операція *Добавити надпис*).
7. Динамічно змінюючи положення точок А, В, С, переконайтеся у правильності виконаної побудови.

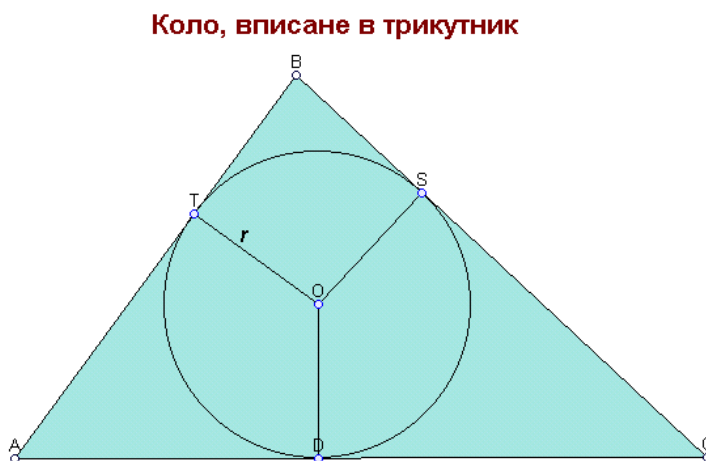


Рис. 10.2.

Примітка. В пакеті DG є інструмент *Бісектриса*, яким можна скористатися при побудові центра вписаного кола. На відміну від створеного нами макросу, цей інструмент будує пряму, якій належить бісектриса кута.

Додаткові задачі

1. Побудуйте коло, вписане в заданий трикутник, використовуючи інструмент *Бісектриса*.
2. Створіть макрос для побудови кола, вписаного в заданий трикутник, й збережіть його під ім'ям Circle(r).

Урок 11. Тема: Геометричні побудови та геометричне місце точок

Навчальна мета :

Ознайомитися з підходами у розв'язанні задач на геометричне місце точок.

Тип уроку: Конструкторська діяльність; навчальне дослідження.

Примітка. Для проведення конструкторської діяльності ви повинні знати означення геометричного місця точок та вміти застосовувати їх у розв'язанні задач.

Як відомо, **геометричним місцем точок (ГМТ)** називається фігура, що складається з усіх точок площини, які мають певну властивість.

Три найважливіші ГМТ:

- ▶ ГМТ, рівновіддалених від точок A і B , є серединним перпендикуляром до відрізка AB ;
- ▶ ГМТ, віддалених на відстань R від даної точки O , є коло радіусом R з центром O ;
- ▶ ГМТ, з яких даний відрізок видно під даним кутом, є об'єднанням двох дуг кіл, які симетричні відносно прямої AB (точки A і B не належать ГМТ).

Базова задача. Побудувати ГМТ, з яких даний відрізок a видно під заданим кутом.

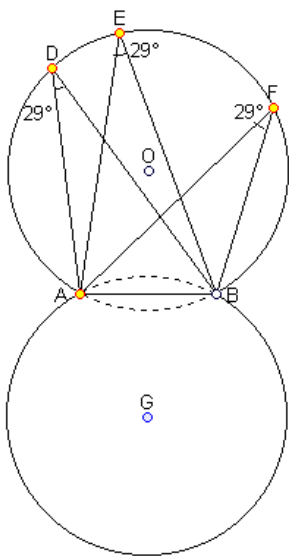


Рис. 11.1.

Аналіз.

Скористаємося наступною властивістю вписаних кутів: кути, які вписані в коло й опираються на одну й ту ж дугу, рівні (рис. 11.1.). Саме тому, відрізок AB буде видно з довільної точки, яка належить дузі ADB та дузі, що симетрична їй відносно прямої AB , під однаковим кутом (але точки A і B потрібно виключити).

Побудова.

1. Побудуйте заданий відрізок АВ.
2. Окремо побудуйте заданий кут С (інструмент *Промінь*).
3. На одній стороні побудованого кута С поставте довільну точку A_1 (інструмент *Точка фігури*).
4. Побудуйте коло з центром в точці A_1 та радіусом $AB = a$ (інструмент *Коло за радіусом*). Потім знайдіть точку перетину цього кола та іншої сторони кута С. Позначте цю точку B_1 . Сховайте коло.
5. Тепер, фактично, потрібно описати коло навколо трикутника A_1B_1C . Для цього можна скористатися макросом, який ви створили на попередньому лабораторному занятті (*Circle(R)*):
 - ▶ Виберіть команду ***Макроси / Завантажити макрос / Circle(R)***.
 - ▶ Вкажіть мишею точки A_1, B_1, C . З'явиться коло з центром в точці І.
6. Побудуйте точку, симетричну точці С відносно прямої A_1B_1 (інструмент *Симетрична відносно прямої точка*). Отримаєте точку К.
7. Аналогічно до п.5 опишіть навколо трикутника A_1B_1K коло (рис. 11.2.).

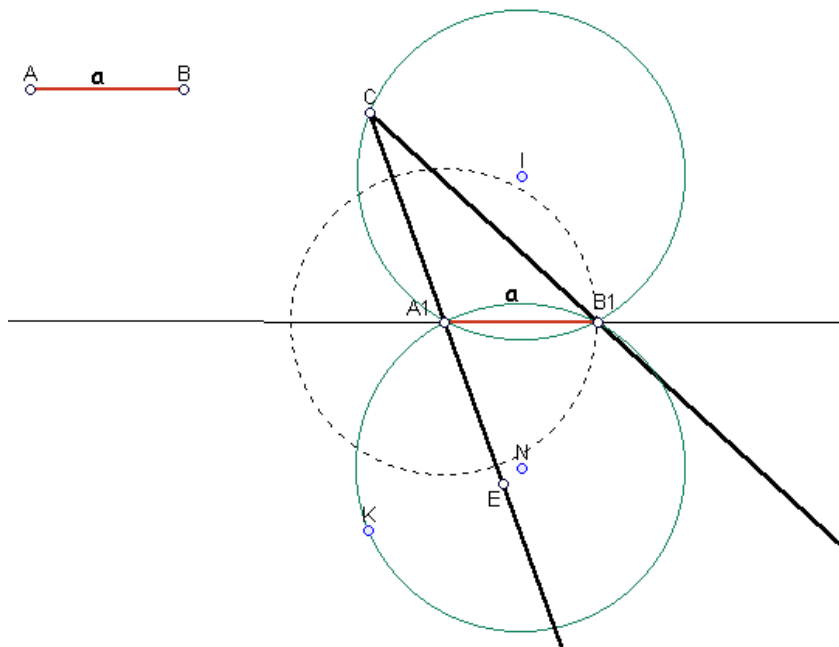


Рис. 11.2.

8. Задайте на одному з отриманих кіл точку D (інструмент *Точка фігури*) та побудуйте кут A_1DB_1 . Виміряйте його градусну міру та градусну міру кута A_1CB_1 (інструмент *Виміряти кут*). Порівняйте отримані результати.
9. Динамічно змінюйте положення точки D . Чи змінилася градусна міра кута A_1DB_1 ? Зробіть висновки.

Задача. Побудуйте трикутник ABC за стороною a , висотою h , опущеної до заданої сторони, і радіусом описаного кола R .

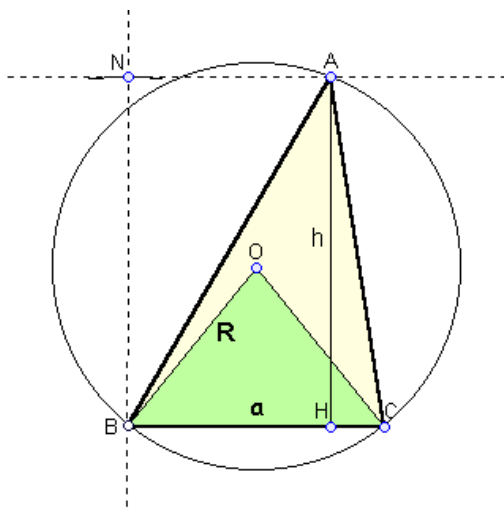


Рис. 11.3.

Аналіз

Нехай сторона $BC = a$, тоді легко побудувати рівнобедрений трикутник BOC ($BO = CO = R$). Точка A одночасно належить двом фігурам: колу з центром в точці O і радіусом R та прямій, яка паралельна прямій BC , і розміщена на відстані h від неї (див. рис. 11.3.).

Побудова

1. Побудуйте задані відрізки: $B_1C_1 = a$, $R_1R_2 = R$, $H_1H_2 = h$ (інструмент *Відрізок*).
2. Окремо відкладіть промінь з початком в точці B (інструмент *Промінь*).
3. Виберіть інструмент *Дуга* і мишкою вкажіть радіус дуги (B_1C_1), центр дуги (точку B), її початок та кінець. Точку перетину отриманої дуги та променя позначте як C (інструмент *Точка перетину*).
4. За допомогою інструменту *Коло за радіусом*, намалюйте два кола радіусом R_1R_2 з центрами в точках B і C . Точку перетину цих кіл позначте як O . Отримано трикутник BOC .
5. Побудуйте коло ω з центром в точці O та радіусом BO (інструмент *Коло*).
6. Побудуйте пряму через точку B перпендикулярно до BC (інструмент *Перпендикулярна пряма*).

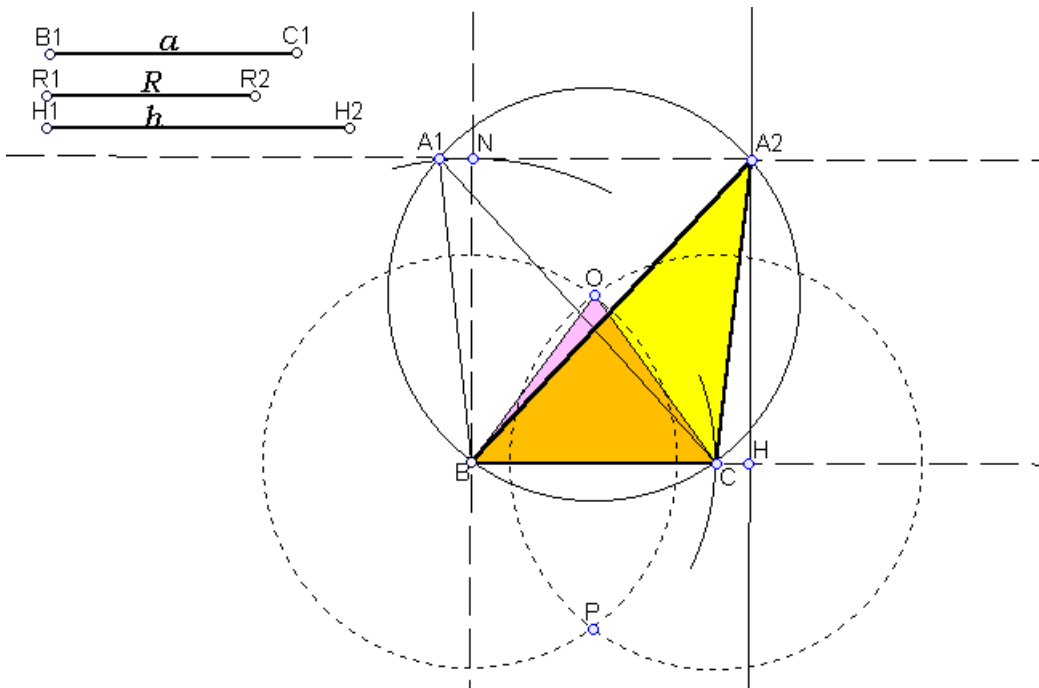


Рис. 11.4.

7. За допомогою інструменту *Дуга* відкладіть на цьому перпендикулярі відрізок $BN=H_1H_2$.
8. Від точки N відкладіть пряму, перпендикулярну до BN . Знайдіть точки перетину цієї прямої та кола ω і позначте їх як A_1 та A_2 (рис. 11.4.).
9. Побудуйте трикутник A_2BC (або A_1BC) за допомогою інструмента *Многокутник*.
10. З точки A_2 опустіть перпендикуляр на пряму BC (інструмент *Перпендикулярна пряма*) і знайдіть точку перетину H цього перпендикуляра і сторони BC (інструмент *Точка перетину*).
11. Сховайте зайві побудови. Проведіть висоту A_2H .
12. Оберіть інструмент *Виміряти відстань* і виміряйте задані відрізки та відрізки на побудованому малюнку.
13. Динамічно змінюючи положення точок B_1 , C_1 , R_1 , R_2 , H_1 та H_2 , перевірте правильність виконаної побудови (прослідкуйте, чи зберігається рівність відповідних відрізків). Чи завжди існує розв'язок? А може існувати декілька розв'язків? Зробіть висновки.

Додаткові задачі.

1. Побудуйте трикутник ABC за стороною a , висотою h_a і кутом ABC .
2. Побудуйте трикутник ABC за стороною a , висотою h_a і кутом BAC .

Урок 12. Тема: Розв'язування задач

Навчальна мета :

Ознайомитися з підходами до розв'язування задач різних типів.

Тип уроку: урок узагальнення та систематизація знань.

Задача 1. Побудуйте трикутник за даною стороною, прилеглим до неї кутом і сумою двох інших сторін.

Аналіз

Нехай задано сторону $BC=a$, суму сторін $AB+AC=v+c$ і кут B , прилеглий до сторони BC . Припустимо, що $\triangle ABC$ побудований. Ми також можемо побудувати трикутник A_1BC зі сторонами a , $v+c$ і кутом B .

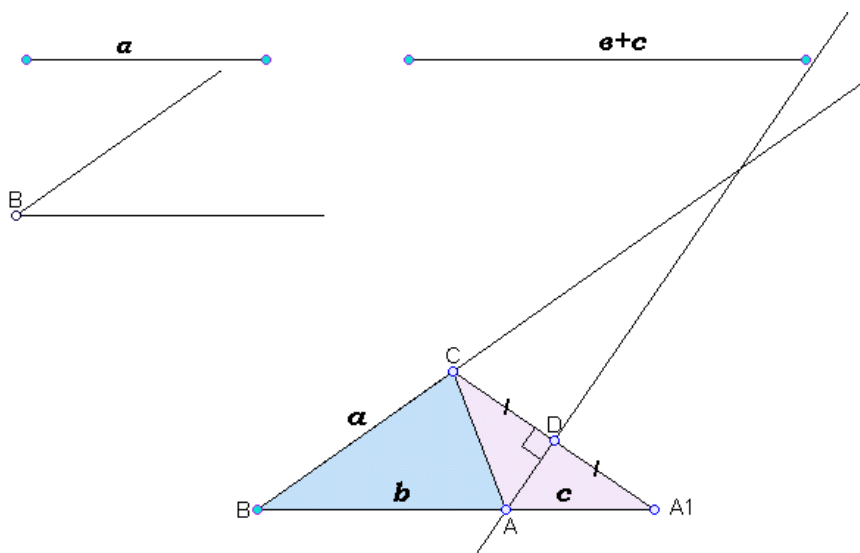


Рис.12.1.

Тоді $\triangle AA_1C$ буде рівнобедреним ($AA_1=AC=c$), звідки слідує, що висота AD , проведена до сторони A_1C , буде являтися й медіаною (рис.12.1).

Побудова

1. Побудуйте задані фігури: відрізки a , $v+c$ та кут B .
2. Побудуйте трикутник A_1BC за двома сторонами (a та $v+c$) і кутом B між ними (див. урок №4).
3. Знайдіть середину відрізка A_1C і позначте її D .
4. Побудуйте через точку D пряму, перпендикулярну до A_1C , і знайдіть точку перетину цієї прямої і відрізка A_1B . Отримано точку A .
5. Трикутник ABC – шуканий трикутник.

Дослідження

1. Змінюючи довжини заданих відрізків, дослідіть, чи завжди буде існувати розв'язок задачі.
2. Змінюючи довжину відрізка $v+c$, розгляньте випадок, коли $a=v+c$. Де тоді буде знаходитися точка А?
3. Зробіть висновок.

Задача 2. Побудуйте трикутник, якщо його периметр $p=a+v+c$ і два кути А і В.

Аналіз. Нехай трикутник ABC – побудовано. Якщо продовжити в обидві сторони відрізок АВ і відкласти на прямій АВ відрізки $AD=v$ і $BE=a$. Тоді $DE=a+v+c$, $\angle D=\frac{1}{2}\angle A$, $\angle E=\frac{1}{2}\angle B$.

Побудова.

1. Побудуйте задані елементи: $P_1P_2 = p$, кути $\angle A_1=\angle A$ і $\angle B_1=\angle B$. Побудуйте бісектриси цих кутів (інструмент *Бісектриса*).
2. Побудуйте $\triangle DCE$ за стороною p і двома прилеглими кутами $\angle CDE=\frac{1}{2}\angle A_1$ і $\angle DEC=\frac{1}{2}\angle B_1$ (див. урок №4).
3. На продовженні сторони DE позначте точки A_2 і B_2 (інструмент *Точка фігури*).
4. Від прямої DE з точок A_2 і B_2 відкладіть кути $\angle A_2=\angle A_1$ і $\angle B_2=\angle B_1$.

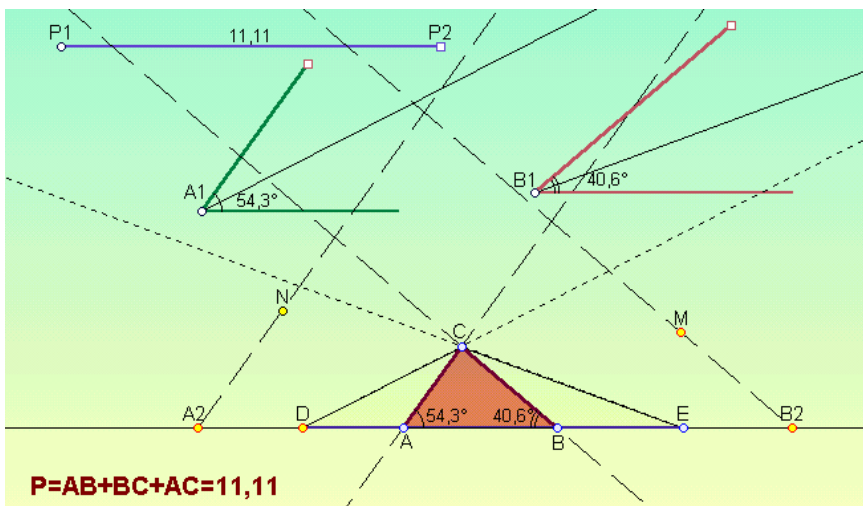


Рис.12.2.

5. З точки C побудуйте пряму, паралельну прямій A_2N . Точка перетину цієї прямої та прямої DE і буде вершиною A шуканого трикутника ABC .
6. Аналогічно знайдіть вершину B (див. рис. 12.2).

Задача 3. Побудуйте рівнобедрений трикутник за його основою c і радіусом вписаного кола r .

Вказівка. На довільній прямій відкладіть відрізок $AB=c$ і у точці N , яка ділить його пополам, поставте перпендикуляр. На цьому перпендикулярі відкладіть відрізок $ON=r$ і з точки O , як центра, проведіть коло даного радіуса r , яке буде дотикатися основи AB . З точок A і B проведіть дотичні до даного кола, які перетнуться у точці C . Одержаний трикутник ABC – шуканий.

Самостійно побудуйте малюнок.

Додаткові задачі

1. Дано чотири точки: A , B , C і D . Знайдіть точку X , яка однаково віддалена від точок A і B і однаково віддалена від точок C і D .
2. Побудуйте трикутник, якщо дано сторону, прилеглий до неї кут і різницю двох інших сторін.
3. Побудуйте прямокутний трикутник за катетом і сумою другого катета й гіпотенузи.
4. Проведіть дотичну до кола, яка проходить через дану точку поза колом.
5. Проведіть спільну дотичну до двох даних кіл.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG. За ред. В.Ю.Бикова, С.А.Ракова . – Харків: ХДПУ, 2002. – 108 с.
2. Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 2000. – 223 с.
3. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – М.: Наука, 1991. – Ч.1. – 320 с.

ЗМІСТ

Урок 1. Тема: Знайомство з пакетом DG (Динамічна геометрія)	5
Уроки 2-3. Тема: Побудова трикутника за даними сторонами	7
Урок 4. Тема: Побудова кута, рівного даному. Побудова бісектриси кута	11
Уроки 5-6. Тема: Ділення відрізка пополам	13
Уроки 7-8. Тема: Побудова перпендикулярної прямої	15
Урок 9. Тема: Побудова кола, описаного навколо трикутника	21
Урок 10. Тема: Побудова кола, вписаного в трикутник	23
Урок 11. Тема: Геометричні побудови та геометричне місце точок	26
Урок 12. Тема: Розв'язування задач	30