УМОВИ РОЗВИТКУ ТВОРЧОГО ПОТЕНЦІАЛУ МАТЕМАТИЧНО ОБДАРОВАНИХ УЧНІВ

Василь КУШНІР, Григорій КУШНІР, НАТАЛЯ РОЖКОВА (Кіровоград)

Розглядаються умови розвитку творчого потенціалу математично обдарованих учнів. Розкривається зміст та особливості творчої навчальної діяльності таких учнів.

Рассматриваются условия развития творческого потенциала математически одаренных учеников. Раскрываются содержание и особенности творческой деятельности таких учеников.

Ключові слова: педагогічні умови, творчість, задача, інтеграція знань, евристика.

Творчість на сьогодні розглядається педагогічною наукою як необхідна складова розвитку особистості загалом. Різним теоретичним аспектам поняття творчості та формування творчих умінь в учнів присвячено чимало наукових праць (див., наприклад, [1; 15; 16; 18]). ***Головною умовою формування творчості математично обдарованих учнів є формування всебічно розвиненої, вільної особистості.*** Адже тільки в контексті розвитку особистості учня загалом можна говорити (й діяти!) про формування творчих здібностей у математично здібного (обдарованого) учня, на чому й наголошує сучасна педагогічна наука. Так "Концепція Національного центру обдарованої дитини" (проект) стверджує, що головною метою центру є створення умов "для всебічного розвитку високоосвіченої особистості" [6, с.64]. У такому ж ракурсі висловлюються

автори праці [11], котрі розробили загальні організаційно-педагогічні умови розвитку обдарованих учнів і які значною мірою реалізуються на практиці в рамках проекту "Організація інтенсивної математичної підготовки обдарованих школярів Кіровоградщини", заочної фізико-математичної школи Кіровоградського державного педагогічного університету ім. В.Винниченка.

Розвиваючи ідеї й результати праці [11], аналізуючи й узагальнюючи результати педагогічних експериментів, автори даної статі розробили *педагогічні умови формування творчості математично обдарованих учнів у навчанні математики*, які й будуть розкриті в подальшому

Еклектична сума знань учня, які він успішно засвоїв, умінь і навичок, котрими він володіє, самі по собі до механізмів творчості особливого стосунку не мають, для формування й розвитку творчих здібностей важливе значення має тип засвоєння знань, набуття умінь і навичок у тих видах навчальної діяльності, в яких ці знання добувалися. Тому потрібно створювати такий смислово-семантичний простір можливостей навчальної діяльності учня, у якому, з одного боку, досить свободи для виявлення власних задатків, власної творчості учня, а з іншого – потрібно певним чином структурувати цей простір можливостей з метою виконання учнем системи цілей навчання й досягнення основної мети. Так, наприклад, якщо задати можливості розв'язування учнем (структурувати простір можливостей суб'єкта розв'язування) задачі у вигляді цілком визначеного алгоритму і звести діяльність учня до одного виду (виконання певної групи операцій), то творчість учня в розв'язуванні такої задачі (чи іншої навчальної проблеми) мінімальна.

Структурування простору можливостей учня за допомогою певної "системи приписів алгоритмічного типу" [12], "системи евристик" [13; 14] створить проблемну ситуацію, для розв'язування якої учневі потрібні творчі зусилля. Тут учень може розв'язувати проблему в різних видах діяльності, а, значить, більш повною мірою застосовувати власні здібності, можливості, знання, уміння.

Система евристик визначає ступінь невизначеності проблемної (задачної) ситуації (з приводу проблемної і задачної ситуації див. Л.М.Фрідман [20] і Г.О.Балл [1]), розв'язування якої у кінцевому підсумку приведе до повної визначеності.

Розроблений Г.О.Баллом "задачний підхід" у навчанні під задачею в самому широкому розумінні передбачає систему, обов'язковими компонентами якої є: а) предмет задачі, що знаходиться в вихідному стані; б) модель потрібного стану предмету задачі, як вимогою задачі [1, с. 32]. Тоді під означення задачі попадає теорема, лема чи інша проблемна ситуація у навчанні математики.

Загалом творчість у навчанні математично обдарованих дітей з позицій "задачного підходу" Г.О.Балла (проблемного підходу), передбачає, що знання й уміння, освіту загалом не можна "дати", їх потрібно учневі "взяти". Саме такого підходу до навчання притримувалися Л.С.Виготський, С.Л.Рубінштейн, Л.М.Фрідман та ін. вчені.

Евристики несуть для суб'єкта розв'язування задачі певну інформацію про задачну ситуацію і цим самим їхнє застосування уможливлює чи полегшує розв'язування задачі. Та чи інша евристика володіє *силою* [1], яка в результаті її використання визначається мірою зменшення невизначеності задачі й відповідного зменшення її складності. Автори цієї праці вважають, що серед різних евристичних засобів для розв'язування задач найбільш важливими є евристичні приписи й евристичні рекомендації. На жаль і ті й інші розроблені в педагогічній науці недостатньо. Евристичні рекомендації є більш слабкими евристичними засобами порівняно з евристичними приписами. Евристичні рекомендації у розв'язуванні задач вживав у своїх працях Д.Пойя [13]. Евристичні засоби в розв'язуванні задач можуть бути в різних формах: підказках, схемах, таблицях, графіках, приписах, рекомендаціях, зовнішніх опорах тощо. Для нашого дослідження важливими є евристичні приписи (або просто евристики).

Стратегію розв'язування задачі можна розглядати "як евристичні приписи чи рекомендації, що знаходяться в розпорядженні суб'єкта розв'язування й котрі несуть інформацію про властивості способів розв'язування певної задачі (чи задачі певного класу)" [1, с. 101].

Щодо стратегії розв'язування задачі то словами В.Н.Пушкіна можна сказати, що учень (чи інший суб'єкт розв'язування задачі) "повинен здійснити певну сукупність дій, розв'язати ту чи іншу задачу, але наявні можливості не підказують йому способу розв'язування цієї задачі й увесь арсенал минулого досвіду не містить ніякої готової схеми, яка могла б пригодитись у даних умовах. Щоб знайти вихід із подібної ситуації, людині (суб'єкту розв'язування задачі, В.К. ,Г.К., Н.Г.) потрібно створити нову, якої не було в нього раніше стратегію діяльності" [17, с. 4]. Однак у складних випадках (чи при слабкій математичній і загальній підготовці) учневі буває досить складно в нічим

неструктурованому полі можливостей визначити спосіб розв'язування задачі. Тому вчитель може запропонувати певну систему евристик, що якоюсь мірою структурує це поле можливостей і зменшить невизначеність проблеми.

Поле можливостей учня (можливі дії учня) у розв'язуванні задачі можна структурувати за допомогою евристик, про що говорилося вище. Дві крайні можливості такого структурування виявляються в тому, що: 1) відсутні будь-які евристики, котрі структурували б поле можливостей учня у розв'язуванні задачі; 2) поле можливостей структурується відомим учневі алгоритмом розв'язування задачі, тоді особливої творчості від учня не вимагається.

Система евристик сприяє отриманню нової інформації про задачну ситуацію, зростанню інформації про задачу й зменшення її невизначеності, однак ніяк не визначає кінцевого результату задачі. Так, наприклад, евристичним засобом у розв'язуванні текстових задач може бути певна графічна схема чи таблиця (опори), які сприяють суб'єкту розв'язування в побудові математичної моделі (рівняння), але самі по собі не приводять до такої моделі. Іншим прикладом може бути графік функції (опора) у дослідженні типів розривності функції в точці. Однак сам графік ще не дає відповіді – числового значення границі функції в точці чи доведення її не існування.

Систему евристик, яку задає вчитель при навчанні учнів розв'язуванню певного класу (чи типу) задач (або завдань як часткового виду задач), часто є певним узагальненням учителем власного досвіду та досвіду інших учителів. Автори [19, с. 119] називають деякі принципи створення евристик (у нашому випадку евристик розв'язування задач), серед яких: принцип розумної універсальності; принцип ієрархічності системи евристик. Названими принципами й користувалися автори цієї статті при розробці системи евристик у навчанні окремих тем чи розв'язуванні задач визначеного класу (див. [8; 9; 10]).

Отже **другою умовою** формування творчості математично обдарованих (здібних) учнів у навчанні математики можна назвати *евристично-проблемне навчання*. Система евристик у розв'язуванні задачі покликана допомогти учневі здійснити творчий акт у вигляді "переходу суб'єктивно-психічної системи в матеріально-речову" (В.А.Роменець [18]), коли відбувається "поєднання першосигнального компоненту з другосигнальним" (Я.П.Пономарьов [16]) і випадкове, мимовільне, спонтанне, неусвідомлене, невмотивоване, імпульсивне, інтуїтивне перейде в усвідомлене, вмотивоване, логічне, моделювальне.

Задача, згідно уявлень Г.О.Балла [1], як певним чином структурована система, має предмет, що перебуває у вихідному стані й котрий потрібно суб'єкту розв'язування перевести в потрібний поки що невідомий стан. Задача є описом задачної (проблемної) ситуації й у такому розумінні є її вербальною моделлю. Розв'язування задачі можна розглядати як процес створення-перетворення послідовності моделей її предмету з метою отримання потрібної його моделі, котра й буде містити розв'язок задачі. Розв'язком задачі може бути число чи група чисел, графік функції, аналітичний вираз функції, таблиця чисел тощо.

Розв'язування задачі може мати такі загальні евристики:

- вивчення й усвідомлення суб'єктом умови задачі (визначення та усвідомлення заданої моделі предмету задачі й потрібної його моделі), яка й виступає *вербальною моделлю задачної ситуації у вигляді певного тексту* (текст може мати й математичні вирази: формули, функції, графіки, рівняння чи нерівності, числові й буквені вирази і т.п.).
- створення на основі вербальної моделі задачної ситуації (умови задачі) *моделі предмету задачі* (у вигляді рівняння, нерівності, їх систем чи сукупностей, графіків, таблиць, схем, алгоритмів, малюнків, формул, математичних виразів, функцій, таблиць тощо) як результат поєднання першосигнального й другосигнального компонентів творчого процесу, як поєднання інтуїтивного, випадкового, неусвідомленого з усвідомленим, логічним, моделювальним. Творчий момент відбувся як перехід з суб'єктно-психічної системи в матеріально-речову. Результат цього творчого акту – математична модель предмету задачі.
- *Розв'язування математичної моделі предмету задачі* у вигляді послідовності перетворення-створення його моделей. Визначення потрібних способів дій, операцій при переході від однієї моделі предмету задачі до наступної є творчим моментом розв'язування задачі.
- *Аналіз отриманих результатів* та їх узгодження з умовою задачі: чи всі можливі результати розв'язування задачі отримані та чи не має серед них тих, що не задовольняють задачу.

Кінцевим підсумком таких перетворень і буде розв'язок задачі, котрий буде або у

вигляді потрібної моделі предмета задачі, або в даних кінцевої моделі предмета задачі.

У кожному конкретному випадку розв'язування родової задачі (з приводу родової задачі див. [1]) додаються нові евристики-приписи. Наприклад: Розв'язати нерівність $f(x) < g(x)$. Це вербальна модель предмета задачі, яка вже задана (хоча можуть бути навчальні вправи, коли потрібно спочатку створити вербальну модель предмета задачі). Математичною моделлю предмета цієї задачі буде система (чи сукупність) нерівностей. Для створення математичної моделі предмета задачі та її перетворення потрібно дотримуватися ще однієї евристики: *нова математична модель предмета задачі повинна бути еквівалентна попередній*. З питаннями евристично-проблемного навчання певних розділів математики більш детально можна познайомитися в [10].

Як показано в [11] математично обдарований учень (як і іншого виду обдарованості) є унікальною особистістю зі своїми перевагами й недоліками, що вимагає індивідуального підходу до організації навчання й виховання. Для таких учнів властива незалежність поведінки, свобода вибору дій, самостійність у прийнятті рішень, а у більш вузькому значенні: пошуково-дослідницький підхід у розв'язуванні задачі, перенесення наявних знань на нові задачі, здатність у процесі розв'язуванні задачі до використання знань з різних розділів одного математичного предмету чи різних предметів (інтеграція знань).

Обдаровані діти погано сприймають жорстко регламентовані однотипні заняття. Для них потрібні різноманітні завдання з різноманітними умовами й способами їх вирішення, що дозволяє здійснити творчу діяльність у самостійному виборі-створенні способу розв'язування, виявляючи при цьому когнітивну й емоційну напругу.

Важливо, щоб навчання математики мало розвивальний характер. У сучасних наукових уявленнях для розвивального навчання характерним є переорієнтація навчання математики з предметного на процесуальне й мотиваційне. Саме процес розв'язування задачі можна тлумачити як послідовність психологічних станів учня, у яких відбувається поєднання першосигнальної компоненти з другою, перехід суб'єктивно-психічної системи у матеріально-речову, про що говорилося раніше. Саме в таких моментах відбувається найбільше когнітивне напруження учня, змінюється його емоційний стан: від невпевненості й розчарування до вибуху позитивних емоцій – задоволеності, захоплення, радості, щастя, катарсису.

Тому важливо, щоб математично обдаровані (чи здібні) учні мали можливість побудови індивідуального шляху розв'язування задачі та отримання індивідуального її розв'язку. Тому задача повинна мати багатоманіття шляхів розв'язування та багатоманіття форм кінцевого результату розв'язку, можливості застосування знань різних розділів певної математичної дисципліни чи знань різних дисциплін у розв'язуванні. Традиційні ж завдання з математики за звичай передбачають або єдиний *алгоритмічний* шлях розв'язування задачі, або багатоманіття шляхів на основі досить жорсткої системи евристик-приписів, яка надає змогу побудові різних алгоритмів розв'язування, котрі *не суттєво відрізняються один від одного*. Не суттєвість у тому, що суб'єкт розв'язування задачі не має достатнього простору можливостей для отримання додаткових, побічних знань і набуття додаткових умінь у процесі вивчення тієї чи іншої теми, розв'язуванні тієї чи іншої задачі. Суб'єкт знаходиться в жорстких умовах, що за великим рахунком не передбачають задіяння нових сутнісних сил людини, а, значить, формують стереотипи мислення, поведінки, дій у розв'язування проблемних ситуацій за допомогою відомих алгоритмів, що призводить до затримання розвитку особистості учня загалом.

Такий шлях у навчанні математики призводить до засвоєння скінченої кількості проблемних ситуацій (за звичай типових) і їх розв'язування на основі скінченого числа алгоритмів, розв'язування задач на основі визначення належності задачі до певного класу з її наступним розв'язуванням за відомим алгоритмом, творчість на "задачній мові" зводиться до розв'язування часткових (індивідуальних) задач.

Така ситуація спостерігається при розв'язуванні рівнянь чи нерівностей та їх систем, дослідженні функцій за допомогою похідної та побудові їх графіків, обчисленні визначених інтегралів, побудові графіків функцій за допомогою перетворення графіків. Трохи краща справа в процесі розв'язуванні текстових задач шляхом складання рівнянь чи систем рівнянь. Однак, модель предмету задачі та кінцевий результат (відповідь) за звичай однозначні, що звужує простір можливостей учня для творчості. При цьому увага проблемності в основному зосереджена на предметі розв'язування, а не на процесі розв'язування. Традиційна схема розв'язування текстових задач з математики не дозволяє повною мірою розкрити у процесі розв'язування структуру задачі, побачити різні шляхи її розв'язування. Автори [8; 9; 10]

пропонують модель предмету текстової задачі у вигляді матриці інформації, а розв'язування – як процес встановлення логічних зв'язків між клітинами матриці та заповнення пустих клітин такої матриці інформації аж до отримання моделі предмету задачі у вигляді рівняння чи системи рівнянь. Аналіз та перетворення матриці інформації можуть здійснюватися різними шляхами, що й дозволяє математично здібному учневі знайти власний шлях розв'язування задачі.

У традиційному навчанні математики формуються техніка перетворень, операційні уміння й навички учнів. Формування у такий традиційний спосіб знань в учня зводиться в основному до їхньої еклектичної суміші, що є одним із суттєвих недоліків традиційного навчання. Така ситуація пояснюється тим, що традиційне навчання здебільшого орієнтується на формування базових знань й умінь, виконання стандартів освіти, середньостатистичного учня.

Звичайно, для математично обдарованих дітей учителі підбирають чи створюють більш складні індивідуальні задачі. Такі задачі за рахунок ускладнення передбачають розв'язання нових більш заплутаних моментів і випадків, дослідження яких суб'єктом розв'язування вимагає когнітивних зусиль, злету фантазії, мобілізації волі. Однак, для формування творчості математично обдарованого учня тільки одного "вузького ускладнення" завдань замало. Зокрема, такі задачі здебільшого індивідуальні (окремі, часткові). Вони практично не передбачають формування знань й умінь для розв'язування родової задачі, тобто певного класу задач, можливості формування в учнів побічних знань у розв'язуванні задачі досить обмежені, обмежені й можливості формування інтегративних знань учня.

Потрібно зауважити, що навіть досить виважений набір індивідуальних задач з певної теми (наприклад, дослідження екстремумів функцій за допомогою похідної) передбачає скінчене число розв'язання проблем, тоді як одна родова задача може давати нескінченне поле можливостей для творчості учня чи студента. Окрім цього в родовій задачі часткові задачі можуть розв'язуватися з різних позицій, оголюючи й розкриваючи при цьому ті проблеми, що неявно присутні у розв'язуванні часткової задачі, однак не знаходять свого висвітлення в процесі її розв'язування.

Значна частина задач, які розглядаються в профільних школах, коледжах, ліцеях мають за мету сприяти формуванню в учнів та студентів певних понять, способів розв'язування типових задач, досліджень за відомими алгоритмами тощо, що є необхідним у формуванні в учнів базових знань та відповідних умінь користування цими знаннями в ілюстративних ситуаціях. Однак таке навчання значно обмежує можливості пошуково-дослідницької діяльності математично обдарованих учнів, знижує можливості формування їхньої творчості, розвитку особистості загалом.

Одним з недоліків такої ситуації у навчанні для математично обдарованих учнів є погляд на розв'язання задачі (у широкому тлумаченні проблеми навчання математики) переважно з однієї точки зору, одного аспекту, однієї позиції, що не уможливлює в повній мірі розкриттю потенціалу учня, його здібностей, творчості, досягненню когнітивної й емоційної напруги, відчутті повного задоволення власною діяльністю, катарсису. Загалом – сутнісні сили учня не мають достатнього простору можливостей для більш повного виявлення й розкриття. Математичний розвиток учня (не говорячи вже про розвиток особистості учня загалом) обмежується певними типовими ситуаціями, що сприяє формуванню стереотипів мислення, поведінки, діяльності. Діяльність учня стає заручником типових ситуацій. Знання типових ситуацій, способів розв'язування задач є тільки необхідною основою для розв'язування творчих задач, тобто, задач, котрі вимагають у своєму розв'язуванні виходу за межі "типовості" ситуацій, способів та алгоритмів розв'язування.

Традиційно задачі розв'язуються у межах певного розділу тієї чи іншої математичної дисципліни чи у межах однієї дисципліни й не в достатній мірі сприяють інтеграції знань як однієї з умов формування творчості в математично обдарованих учнів (застосування знань у нових задачах, нових умовах діяльності учня).

У наукових колах розглядають інтеграцію знань, методів навчання, умінь учнів. Інтеграцію знань як складного особистісного утворення особистості учня можна розглядати в різних аспектах, зокрема, в аспекті об'єму знань і в аспекті системної цілісності знань. Знання, що інтегруються можуть належати різним *складовим інтеграції* знань: різним темам, розділам математичних дисциплін, математичним дисциплінам, навчальним дисциплінам загалом (включаючи не математичні), здобутим поза навчальним закладом самостійно (на різних курсах, самоосвітою, за допомогою Інтернету, життєвого досвіду). Відповідні інтегративні уміння суб'єкт навчальної діяльності здобуває під час набуття інтегративних знань. Знання можуть бути простими й складними [5].

Зрозуміло, що чим ширша (більш об'ємна) інтеграція знань, тим можна очікувати більшу складність отриманих знань. Чим вища інтеграція знань і умінь, тим більше вони стають органічною частиною особистості як єдиного складного й цілісного утворення. Навчальна діяльність є комплексною цілісністю, складним конгломератом різних видів діяльностей, знань, умінь, компетенцій, досвіду. Саме інтегративні знання й відповідні уміння дозволяють суб'єкту навчання успішно розв'язувати більш складні навчальні задачі, що вимагають творчих зусиль.

Спробуємо ввести важливе для подальших розумів щодо інтеграції знань й умінь поняття "складова інтеграції знань". Не влізаючи в методологічні хащі визначення цього поняття, наведемо одну з можливих ієрархію "складових інтеграції знань": тема певної математичної дисципліни (алгебри, геометрії, тригонометрії, початки математичного аналізу); розділ певної математичної дисципліни; математична дисципліна; навчальні дисципліни навчального закладу (математика, фізика, інформатика, хімія, біологія, географія, історія тощо); система математичних дисциплін загалом (міжпредметний простір); навчальні дисципліни навчального закладу, самоосвіта, життєвий досвід.

Ознаками володіння інтегративними знаннями й уміннями суб'єктом навчання можна назвати:

- використання знань різних тем, розділів, математичних дисциплін, інших навчальних дисциплін, знань, здобутих поза навчальним закладом, життєвого досвіду у вирішенні певних навчальних проблем, а, говорячи задачною мовою у розумінні Г.О.Балла, певних навчальних задач;
- розв'язування нових задач на основі базових знань і умінь;
- перенесення знань, що сформувалися у розв'язуванні одних задач на інші;
- розв'язування задач не стандартними методами;
- розв'язування задач за допомогою знань і умінь отриманих поза навчальним закладом, а також за допомогою життєвого досвіду;
- розв'язування певних задач, що не передбачені навчальною програмою;
- розв'язування задач різними методами й способами, що належать до різних складових інтеграції;
- розв'язування задач, що знаходяться на стиках різних тем однієї навчальної дисципліни, різних навчальних дисциплін.

Види інтеграції за об'ємом знань можна визначити такі:

- інтеграція у межах певного розділу однієї математичної дисципліни;
- інтеграція у межах визначеної математичної дисципліни (алгебри, геометрії, тригонометрії);
- інтеграція в межах різних математичних дисциплін;
- інтеграція в межах різних навчальних дисциплін: математики, інформатики, фізики, хімії, біології, економіки тощо;
- інтеграція знань набутих у школі, самоосвітою, життєвим досвідом.

Види інтеграції знань за ознакою системної цілісності знань:

1. інтеграція знань як їх *еклектична суміш*, коли для розв'язування задачі суб'єкт відшукує потрібний метод, спосіб чи алгоритм методом "спроб і помилок", або в кращому випадку "методом вибору найкращого варіанту із можливих як прийняття рішення";
2. інтеграція знань, коли й ту ж задачу учень може розв'язати у межах тієї чи іншої складової інтеграції як *певного розділу одного математичного предмету* (наприклад, окремого розділу алгебри чи геометрії). При цьому знання з кожної такої складової надають можливість учневі відшукати "свій" спосіб розв'язування задачі й кожний такий спосіб не залежить від іншого;
3. інтеграція знань, коли одну й ту ж задачу учень може розв'язати у межах тієї чи іншої складової інтеграції *як математичного предмету* (наприклад, алгебри і геометрії). При цьому знання з кожної такої складової надають можливість учневі відшукати "свій" спосіб розв'язування задачі й кожний такий спосіб не залежить від іншого;

Види інтеграції 1) – 3) характеризують інтеграцію знань суб'єкта розв'язування задачі "в ширину".

4. інтеграція знань, коли задачу суб'єкт може розв'язати з обов'язковим використанням декількох різних методів чи способів однієї інтегративної складової (інтеграція методів чи способів розв'язування задачі без зміни суті використаних методів та способів у межах однієї складової інтеграції);
5. інтеграція знань, коли задачу не можна розв'язати методами чи способами, що належать тільки одній певній складовій інтеграції знань (інтеграція методів та способів, що належать декільком складових інтеграції без зміни їхньої суті);

6. інтеграція знань, коли на основі різних методів чи способів, що належать одній складовій інтеграції синтезується новий метод чи спосіб розв'язування (інтеграція методів чи способів зі зміною їхньої суті, фактично створення нового методу чи способу розв'язування задачі);
7. інтеграція знань, коли на основі різних методів чи способів, що належать різним складовим інтеграції синтезується новий метод чи спосіб розв'язування (інтеграція методів та способів зі зміною їхньої суті, створення нового методу чи способу розв'язування задачі на обов'язковій основі різних складових інтеграції);
8. інтеграція знань, коли суб'єкт розв'язування задачі може розв'язувати родові задачі (а не тільки індивідуальні), тобто – створювати алгоритми.

Зрозуміло, що наведена схема видів інтеграції знань є досить загальною й не може бути "закінченою повнотою", вимагає наповнення конкретним змістом у розв'язуванні задач певної теми чи навчальної математичної дисципліни.

Традиційні задачі передбачають математику як "точну науку" в розумінні отримання точних результатів у вигляді скінчених числових виразів (раціональних чи ірраціональних). Тоді як побудова моделей задачі на основі реальності за звичай приводять до математичних моделей, розв'язок яких не можна знайти у вигляді певного, наприклад, точного числового раціонального чи ірраціонального виразу. Так многочлени степеня п'яти і вище не розв'язуються в радикалах, теж саме стосується і відшукання нулів інших функцій $f(x)=0$, інтеграли не завжди беруться в квадратурах тощо.

Тому в підручниках і посібниках навіть для математично обдарованих учнів за звичай знаходяться задачі і завдання "точної математики", яку образно можна назвати "ідеалізованою" математикою. Практично не має задач на відшукання дійсних коренів многочленів, які не можна знайти у вигляді визначеного й скінченого числового виразу; відшукання нулів функцій таких класів, котрі не знаходяться відомими методами шкільної математики (зокрема, розв'язування задач на екстремуми функцій зводиться до розв'язування рівняння $f'(x)=0$, корені якого не можна знайти у вигляді точного числового виразу); обчислення інтегралів, які не беруться в скінченому вигляді, тощо.

У сучасній науці дотримуються поділу на фундаментальне та прикладне знання, зокрема, фундаментальне та прикладне математичне знання. Не влізаючи в "методологічні хащі" визначень фундаментального та прикладного знання, зазначимо, що одним з поглядів на фундаментальне знання є його визначення як певного базису, на основі якого здійснюється розвиток певної теорії чи цілої науки. Досліджуючи складні методологічні проблеми визначення фундаментального й прикладного знання, Дротянко Л.Г. зазначає: "Очевидним є те, що частіше всього даний термін застосовується у двох смислах: 1) як характеристика елементарної одиниці, певної "цеглинки" даної наукової теорії і 2) як характеристика ґрунтовності тієї чи іншої структури наукового знання, яка виступає своєрідним фундаментом для побудови цілісної теорії" [4, с. 59]. Шкільна програма з математики й будується, виходячи з фундаментальних знань різних математичних наук. Фундаментальні знання в школі даються у вигляді певної системи теоретичних знань (аксіом, теорем, методів доведень, різних понять, класів рівнянь, нерівностей, систем та алгоритмів їх розв'язування, графіків тощо), які закріплюються у процесі розв'язування відповідних задач, формуючи в учнів потрібні уміння й навички. Задачі, котрі розв'язуються в школі, здебільшого слугують для "ілюстрацій" певних теоретичних положень, *підбираються спеціальним чином* під відповідні теоретичні положення *з метою формування в учнів "чогось"* й тому за звичай мало пов'язані з моделями реального світу. Саме такі задачі ми й називаємо "ідеалізованими". З цього приводу можна зазначити: "Є сенс говорити про два моменти існування науки як соціального інституту: перший зв'язаний з розвитком самої науки як єдиного цілісного організму зі своєю внутрішньою структурою, а другий – функціонування науки у суспільстві, який включає науку в соціально-культурний простір і робить її невід'ємною частиною суспільного розвитку" [4, с. 61]. Саме другий пункт відображає сутність прикладного знання, зокрема – з математики. У школі на прикладні математичні задачі виділяється мало часу: розв'язуються задачі на визначення віддалі до недоступної точки, висоти вежі чи фабричної труби, розробки правил і побудови виборок певного розміру тощо. Прикладні аспекти теоретичних знань ілюструються на застосуванні знань з математики до розв'язування задач фізичного, хімічного, економічного, географічного, соціального змісту, що формує в учнів уявлення про єдність і єдиність світу, однак, знову ж таки в межах "ідеалізованих" задач.

Однією з основних ознак "ідеалізованих" задач є те, що застосування теоретичних знань

до таких задач не надає змоги й не вимагає отримання додатково-побічних результатів, й відповідного формування нових знань як знань, коті отримуються в процесі пошуково-дослідницької діяльності математично здібних учнів у розв'язуванні задачі. Реальні задачі як моделі реального світу є за звичай "поганими" задачами, розв'язування яких вимагає інтеграції знань різних тем і навчальних дисциплін, наближених розв'язків математичних моделей, дослідження узгодженості розв'язків з реальною задачною ситуацією та ін. Так, наприклад, добре знайомий алгоритм дослідження функцій за допомогою похідних є бездоганним у теоретичному сенсі й добре працює з "ідеалізованими" задачами, однак з "реальними" задачами "теоретичний" алгоритм стає безпорадним (наприклад, корені функцій $f(x)=0$, $f'(x)=0$, $f''(x)=0$ не знаходяться за відомими алгоритмами). Тоді потрібно застосовувати (відшукати) знання інших дисциплін, зокрема – наближених методів розв'язування рівнянь, графічних можливостей інформаційних технологій, що вимагає пошуково-дослідницької діяльності суб'єкта розв'язування задачі. При цьому зростає роль інтуїції, здогадки, наполегливості, волі, організаційних умінь суб'єкта розв'язування задачі, тобто якостей особистості, що безпосередньо не відносяться до логіки чи інтелекту. "Не ідеалізовані" задачі прикладного характеру вимагають від суб'єкта пошуково-дослідницької діяльності, що є характерним для творчості. Відбір чи створення задач прикладного характеру вимагатиме нових критеріїв такого відбору, нових творчих пошуків учителів.

Математично обдарованих дітей потрібно вводити у новий простір можливостей *прикладної математики*, саме за допомогою "неідеалізованих" задач у вище наведеному розумінні, що значно розширить смислово-семантичний простір можливостей для навчальної діяльності учнів на основі пошуково-дослідних зусиль, формуватиме відчуття й бачення математики загалом як науки, котра на своїй мові створює моделі реальності як її *наближене відображення*. Створення та розв'язання математичних моделей реальності далеко не однозначний й тому творчий процес.

Творча діяльність математично обдарованих учнів буде успішною за умови, що вони матимуть досить міцні базові теоретичні знання з математики та практичні уміння їх застосування принаймні у розв'язуванні "ідеалізованих" задач. Сутність і зміст базових знань і умінь розкриваються багатьма науковцями з педагогіки, методики навчання математики, психології, стандартами освіти, офіційними постановами різного рівня тощо (див., наприклад, Гончаренко С.У. [3]).

Зі сказаного вище випливає, що **третьою умовою** успішного формування й розвитку творчих здібностей математично обдарованих учнів ми називаємо *формування базових знань і умінь учнів* і які за звичай передбачаються програмами з математики для навчальних закладів; **четвертою умовою** – *формулювання в посібниках (чи підбір вчителем самостійно) вербальних моделей задачних ситуацій (формулювання задач), які передбачали б багатоманітність шляхів розв'язку та багатоманітність форм кінцевого результату, вивчення певної теми з математичних дисциплін з різних науково-методичних позицій*; **п'ятою умовою** є *формулювання задач, котрі надавали б можливість і спонукали б до інтеграції знань (особливо розв'язування задач з використанням можливостей різних інформаційно-комп'ютерних технологій)*; **шостою умовою –** *підбір чи створення задач (у загальному – проблемних ситуацій), розв'язування яких вимагає пошуково-дослідницької діяльності* учнів й *отримання нових "побічних результатів"*; **сьомою умовою –** *формулювання задач, котрі не можуть бути розв'язаними тільки в просторі можливостей "точної математики"*.

Загалом наведені умови визначають інноваційний підхід до навчання математики. Деталізація наведених положень щодо "інноваційності" задач з математики розкрита в праці авторів [8].

Окремо хотіли б відзначити роль емоцій у формуванні творчих здібностей учнів. Творчість неможлива поза емоціями, особливо в навчальній діяльності учня. На важливість емоційного зафарбування процесу навчання вказували багато дослідників (Виготський Л.С. [2], Якобсон П.М. [21] та ін.). Так Л.С.Виготський стверджував: "Емоційно зафарбована поведінка набуває зовсім іншого характеру, ніж безкольорова. Ті ж самі слова, але вимовлені з почуттям впливають на нас інакше, ніж мертво вимовлені" [2, с,. 134]. Знання, що засвоєні учнем в емоційному стані є живими знаннями, знаннями-переживаннями. Якщо притримуватися думки про структуру особистості, котра має такі складові як мотиваційно-емоційна, інформаційно-змістовна, операційно-діяльнісна, ціннісно-орієнтаційна, оцінно-рефлексивна [7], то "мертві знання" й відповідні уміння розвиватимуть в основному інформаційно-змістовну й операційно-діяльнісну складові особистості учня чи студента, тоді як "живі знання" й уміння ще й мотиваційно-емоційну, ціннісно-орієнтаційну та оцінно-рефлексивну складові.

Сучасні уявлення психологів і педагогів про роль емоцій у навчанні учнів стверджують,

що факти, події (а процес навчання містить і факти і події) засвоюються учнем міцніше в емоційно напруженому стані, ніж в емоційно байдужому. "Тільки те знання може прижитися, котре пройшло через почуття", – стверджував Л.С.Виготський [2, с. 142]. Той же Л.С.Виготський доводить, що не можна обдарованість учня відносити тільки до його інтелекту, емоційний бік особистості учня має не менше значення, ніж інші й потребує уваги й розвитку в навчально-виховному процесі..

Тому ***восьмою педагогічною умовою формування й розвитку творчих здібностей математично обдарованих учнів можна назвати залучення емоційної сфери суб'єкта розв'язування задач та управління нею***.

Автори сподіваються, що наведені педагогічні умови формування творчості математично обдарованих учнів допоможуть учителям математики, методистам, керівникам навчальних закладів краще зорієнтуватися в проблемах навчання математики таких учнів.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Балл Г.А. Теория учебных задач. Психолого-педагогический аспект. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
2. Выготский Л.С. Педагогическая психология / Под ред. В.В.Давыдова. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.
3. Гончаренко С.У. Фундаментальність освіти як дидактичний принцип // Шлях освіти. – 2008. –№ 1 (47). – С. 2 – 6.
4. Дротянко Л.Г. Феномен фундаментального і прикладного знання (Постнекласичне дослідження). – К.: Вид-во СУФІСМБ, 2000. – 423 с.
5. Ковалев А.Г. Психология личности, изд. 3, переработ. и доп.– М.: Просвещение, 1969. – 391 с.
6. Концепція Національного центру обдарованої дитини (проект) // Рідна школа. – 2009. – №. – 2-3. – С. 64 – 68.
7. Кушнір В.А. Особливості наукових поглядів на розвиток особистості вчителя // Соціальна психологія. – 2009. – № 2 (34). – С. 13 – 31.
8. Кушнір В.А., Кушнір Г.А. Особливості інноваційних задач у навчанні математики // Методика викладання природничих дисциплін у вищій і середній школі. Матеріали міжнародної науково-практичної конференції "Методика викладання природничих дисциплін у вищій і середній школі". XVI каришинські читання / за ред. проф. М.В.Гриньової. – Полтава: Астрая, 2009. – С. 249 – 251.
9. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Використання евристичних алгоритмів та модельних перетворень у розв'язуванні текстових математичних задач // Математика в школі. – 2009. – № 1-2 (88-89). – С. 17 – 23.
10. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Інноваційні методи навчання математики / Науков-методичний посібник. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008. – 148 с.
11. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Рожкова Н.Г. Пошуки науково-практичних підходів у дослідженні феномену дитячої обдарованості // Рідна школа. – 2009. – № 4. – С. 69 – 72.
12. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. Под общей ред. Б.В.Гнеденко и Б.В.Бирюкова. – М.: Просвещение, 1966. – 523 с.
13. Пойя Д. Как решать задачу. – Львів: Квантор, 1991. – 215 с.
14. Пойя Д. Математические открытия: основные поняятия, изучение и преподавание. Изд. 2-е, стереотип. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
15. Пономарев Я.П. Психология творчества // Тенденции развития психологической науки. – М. Наука, 1989. – 270 с.
16. Пономарев Я.П. Психология творчества. – М.: Нака,1976. – 305 с.
17. Пушкин В.Н. Эвристика – наука о творческом мышлении. – М.: Изд. Полит литературы, 1967. – 272 с.
18. Роменець В.А. Психологія творчості: Навч. посібник. 3-е вид. – К.: Либідь, 2004. – 288 с.
19. Управление, информация, интеллект. Под ред. А.И.Берга и др. – М.: Мысль,, 1986. – 383 с.
20. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л.М.Фридман, НИИ общей и пед. психологии АПН СССР. – М.: Педагогика, 1977. – 207 с.
21. Якобсон П.М. Эмоциональная жизнь школьника (психологический очерк). – М.: Просвещение, 1966. – 241 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Кушнір Василь Андрійович – доктор педагогічних наук, професор кафедри педагогіки Кіровоградського державного педагогічного університету ім. В.Винниченка.

Наукові інтереси: методологічні проблеми педагогіки.

Кушнір Григорій Андрійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри ОТ ПМ Кіровоградського Національного технічного університету.

Наукові інтереси: інноваційні проблеми навчання.

Рожкова Наталя Григорівна – викладач кафедри іноземної філології, поукувач кафедри педагогіки Кіровоградського державного педагогічного університету ім. В. Винниченка.

Наукові інтереси: роль моралі у педагогічному процесі.