УДК 378.4:530.1

Подопригора Н. В.
Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка (м. Кіровоград, Україна)

КОНТЕКСТА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННЮ ФІЗИЧНИХ СИСТЕМ З ТОЧКИ ЗОРУ ПРИНЦИПУ ВІДПОВІДНОСТІ

У статті конкретизуються основні напрямки контекстного підходу: теоретичного, прикладного та професійно спрямованого формування у майбутніх вчителів фізики математичної компетентності з фізики з точки зору вивчення принципу відповідності. Теоретичний контекст навчання математичному моделюванню фізичних систем презентовано на прикладі обґрунтування теорем Еренфеста у курсі квантової механіки, а також на основі аналізу формули Ейнштейна встановлена класифікації рухів мікрооб'єктів щодо розмежування класичної, релятивістської та ультрарелятивістської областей; прикладний – через аналіз основних положень теорії Бора; професійно спрямований – через можливість адаптації квантово-механічних уявлень у змісті задач шкільного курсу фізики. Встановлено, що відшукання критеріїв виродженнях теоретичних співвідношень з позицій принципу відповідності є вагомим елементом реалізації контекстної спрямованості навчання математичному моделюванню фізичних систем, уможливлюючи формування у студентів теоретичного та критичного типів мислення.

Ключові слова: *контекстне навчання, математичне моделювання фізичних систем, принцип відповідності, класичний опис, квантово-механічний опис, релятивістський опис, системність знань, майбутній вчитель фізики.*

На етапі входження національної вищої освіти до Європейського освітнього простору та реалізації нових технологій навчання зміст фізико-математичної підготовки вчителя фізики визначається декілька чинниками: підготовкою висококваліфікованих фахівців для високотехнологічного та інноваційного розвитку країни, самореалізацією особистості; розвитком студентської молоді на поєднанні як навчальних, так і наукових засад. Запорукою успішної підготовки майбутніх вчителів фізики є органічне поєднання цих чинників у контексті їх професійного майбутнього, наповнення навчально-пізнавальної діяльності студентів з фізики особистісним сенсом у міру залучення до процесів пізнання природи фізикою, що потребує розробки адекватних цілям методичних основ такого навчання.

Досліджуючи проблему саморегуляції навчально-пізнавальної діяльності студентів в умовах стимулювальної невизначеності, А. О. Вербицький розрізняє поняття "знання" і "значення" [1]: Значення – це те, що може бути монологічно викладено у вигляді усного або письмового тексту. Будучи засвоєним, наприклад, шляхом запам'ятовування тексту, значення як фундамент знання можуть і не стати здобутком особистості, тобто власне знанням, тим, що має для людини особистісний сенс, є керівництвом до дії, представляє його відношення до світу, суспільства, інших людей і до самого себе. Контекст життя і діяльності, контекст професійного майбутнього, визначений за допомогою відповідної дидактичної і психологічної "техніки", наповнює навчально-пізнавальну діяльність студентів особистісним сенсом, визначає рівень їх активності, міру залучення до процесів пізнання і перетворення дійсності.

Якісні відмінності у протіканні основних процесів, у формуванні змісту, форм, методів і засобів професійної й навчальної діяльності є реальною перешкодою для оволодіння професійною діяльністю в межах традиційної навчальної діяльності. Для того, щоб інформація (текст підручника, навчального посібника, лекція викладача, комп'ютерна програма), що існує об'єктивно поза студентом, одержала статус знання, яке є осмисленим відображенням дійсності, повинна із самого початку засвоюватися в контексті майбутньої професійної діяльності. Організація активності студентів відповідно до закономірностей переходу від навчальних текстів, знакових систем як матеріальних носіїв минулого досвіду до професійної діяльності, яка протікає в умовах, що динамічно змінюються, і тому кожного разу нових, має спільний характер, і складає зміст того, що А. О. Вербицький називає знаково-контекстним навчанням.

Науково-методичні дослідження щодо підготовки майбутніх вчителів фізики (П. С. Атаманчук, І. Т. Богданов, В. Ф. Заболотний, О. І. Іваницький, А. В. Касперський, В. Д. Шарко, М. І. Шут і ін.) переконують, що формування професійної компетентності таких фахівців потребує залучення варіативних підходів, у тому числі з позицій математичного моделювання фізичних систем (О. А. Коновал, І. О. Мороз і ін.).

У загальному випадку математичне моделювання пов'язано із описом і аналізом явищ зовнішнього світу за допомогою математичної символіки, що дозволяє побачити його тісний зв'язок із процесом мислення, який (за С. Л. Рубінштейном) являє собою неперервний процес оборотного перекладу інформації із власне психологічної мови просторово-предметних структур, тобто мови образів, на психолінгвістичну, символьно-операторну мову, представленої мовними сигналами [4]. З цих позицій важливо враховувати й ознаки пізнавальної активності студентів у процесі математичного моделювання фізичних систем у навчально-пізнавальній діяльності з фізики з точки зору фундаментальних законів і теоретичних принципів фізики у задачах контекстного змісту.

Одним з таких принципів є загальнопродничий закон – принцип відповідності, за яким нова фізична теорія включає попередню як окремий частинний випадок. Унаочнення дієздатності принципу відповідності у контексті навчально-пізнавальної діяльності з фізики уможливлює сформувати у студентів не лише розуміння суперечливості класичних підходів до опису квантових явищ, але й на засадах математичного моделювання фізичних систем встановити умови, за яких квантові закони переходять у класичні, виявити критерії виродження квантових статистик у класичні, розмежувати релятивістську і нерелятивістську області і інше.

Метою статті є конкретизація позицій контекстного підходу до формування у майбутніх вчителів фізики математичної компетентності з фізики з точки зору принципу відповідності.

Виклад основного матеріалу. У курсі квантової механіки теоретичний контекст математичного моделювання квантових систем щодо реалізації принципу відповідності легко продемонструвати на прикладі вивчення теорем Еренфеста.

В класичній механіці зміни основних фізичних величин визначаються теоремам про зміну імпульсу, моменту імпульсу та кінетичної енергії:

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}\,;\ \frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}\,;\ \frac{dT}{dt}=\vec{F}\vec{\mathrm{v}}\,,$$

подібно до яких у квантовій механіці намагаються виявити зміну цих величин з часом. Але у мікросвіті величини не мають певних значень, тому для відшукання аналогів класичним перетворенням у квантовій механіці слід звернути увагу на зміну середніх значень фізичних величин:

$$\overline{L}=\int\limits_V \psi^*\hat{L}\psi dV\,.$$

Для нестаціонарних станів $\overline{L}=\overline{L}(t)$, тоді

$$\frac{d\overline{L}}{dt}=\int_V\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\hat{L}\psi+\psi^*\frac{\partial\hat{L}}{\partial t}\psi+\psi^*\hat{L}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)dV .$$

Із нестаціонарного рівняння Шредінгера $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+U(\vec{r},t)\psi$ легко виконати заміну похідних $\frac{\partial\psi^*}{\partial t}$ і $\frac{\partial\psi}{\partial t}$ через дію оператора Гамільтона на хвильову функцію частинки $\hat{H}\psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+U\psi$:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\psi\right) \text{ і } \frac{\partial\psi^*}{\partial t}=\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\psi\right)^*,$$

$$\frac{d\overline{L}}{dt}=\int_V\psi^*\left(\frac{\partial}{\partial t}\hat{L}+\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{L}-\hat{L}\hat{H}\right)\right)\psi dV \text{, або } \frac{d\overline{L}}{dt}=\int_V\psi^*\frac{d\hat{L}}{dt}\psi dV ,$$

де $\frac{d\hat{L}}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}\hat{L}+\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{L}-\hat{L}\hat{H}\right)$ – похідна оператора $\hat{L}$ за часом.

Оскільки ці формули визначають зміну динамічної фізичної величини L з часом, якій ставиться у відповідність самоспряжений оператор $\hat{L}$, тому їх називають квантовими рівняннями руху. Якщо оператор $\hat{L}$ явно від часу не залежить, тоді частинним випадком квантового рівняння руху буде його представлення у формі Гейзенберга:

$$\frac{d\hat{L}}{dt}=\frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{L}-\hat{L}\hat{H}\right), \text{ або } \frac{d\hat{L}}{dt}=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{L}\right].$$

Це співвідношення можна покласти в основу квантової механіки замість рівняння Шредінгера.

Одним із прикладів застосування квантових рівнянь руху є їх представлення у координатному зображенні через базові оператори координати $\hat{x}$ та відповідної проекції імпульсу $\hat{p}_x$. Оскільки $\hat{x}=x$, а $\hat{p}_x=-\frac{i}{\hbar}\frac{\partial}{\partial x}$, тоді відповідні їм квантові рівняння руху матимуть вигляд:

$$\frac{d\hat{x}}{dt}=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{x}\right] \text{ і } \frac{d\hat{p}_x}{dt}=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{p}_x\right],$$

що є квантовим аналогом рівнянь Гамільтона.

Оскільки для стаціонарного потенціального поля $U(x,y,z)$ оператор Гамільтона $\hat{H}$ має вигляд

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U(x,y,z),$$

слід врахувати дві особливості: по-перше, оператори $U(x,y,z)$, $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ і $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ комутують з $\hat{x}$, а тому, по-друге, достатнім виявляється лише обчислити комутатор $\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2},\hat{x}\right]\psi=\frac{\partial^2}{\partial x^2}(x\psi)-x\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=2\frac{\partial\psi}{\partial x}$, тоді $\left[\hat{H},\hat{x}\right]=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x}$, або $\left[\hat{H},\hat{x}\right]=-\frac{i\hbar}{m}\hat{p}_x$, враховуючи, що $\hat{p}_x=-\frac{i}{\hbar}\frac{\partial}{\partial x}$. Отже, для $\frac{d\hat{x}}{dt}$ маємо:

$$\frac{d\hat{x}}{dt}=\frac{\hat{p}_x}{m}.$$

Для відшукання $\frac{d\hat{p}_x}{dt}$ слід зважати, що оператор $\hat{p}_x$ комутує з першим доданком оператора Гамільтона – оператором кінетичної енергії $\hat{T}=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ і не комутує з $U(x,y,z)$, тому достатньо обчислити $\left[\hat{U},\hat{p}_x\right]\psi=-\frac{i}{\hbar}\left[U,\frac{\partial}{\partial x}\right]\psi=-\frac{i}{\hbar}\left(U\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}(U\psi)\right)=i\hbar\psi\frac{\partial U}{\partial x}$, отже: $\frac{d\hat{p}_x}{dt}=-\frac{\partial U}{\partial x}$.

Векторне узагальнення отриманого результату дає

$\frac{d\hat{\vec{r}}}{dt}=\frac{\hat{\vec{p}}}{m}$ та $\frac{d\hat{\vec{p}}}{dt}=-\mathrm{grad}\,U(\vec{r})$, або $\frac{d\hat{\vec{p}}}{dt}=\vec{F}$,

враховуючи, що $\vec{F}=-\mathrm{grad}\,U(\vec{r})$ для потенціального силового поля.

Для отримання теорем Еренфеста залишається обчислити похідні від середніх значень $\overline{x}$ і $\overline{p}_x$, тобто $\frac{d\overline{x}}{dt}$ і $\frac{d\overline{p}_x}{dt}$. Це вже зробити легко оскільки підготовча робота для цього виконана: $\overline{\frac{dx}{dt}}=\overline{\frac{p_x}{m}}$ та $\overline{\frac{dp_x}{dt}}=-\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}$,

або можна представити інакше:

$$\overline{\frac{dx}{dt}}=\int_V\psi^*\frac{d\hat{x}}{dt}\psi dV=\frac{1}{m}\int_V\psi^*\hat{p}_x\psi dV;$$

$$\overline{\frac{dp_x}{dt}}=\int_V\psi^*\frac{d\hat{p}_x}{dt}\psi dV=-\int_V\psi^*\frac{\partial U}{\partial x}\psi dV.$$

Ці співвідношення і є теоремами Еренфеста, з них випливає, що у Ньютонівському представленні похідних:

$\dot{\overline{x}}=\frac{\overline{p}_x}{m}$, $\ddot{\overline{x}}=\frac{\dot{\overline{p}}_x}{m}$; $\dot{\overline{p}}_x=-\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}$, або $\dot{\overline{p}}_x=\overline{F}_x$

ми отримуємо аналог рівняння класичної механіки $m\ddot{\overline{x}}=\overline{F}_x$.

На практиці використати це рівняння Ньютона для мікрочастинки не завжди вдається, бо, наприклад, в стаціонарному стані $\overline{x}$ від часу не залежить, а тому рівняння Ньютона в квантовій механіці інформації не несе. Зміст полягає в іншому: встановити зв’язок між квантовим і класичним описами. З цих позицій варто продемонструвати студента граничний перехід до класичної механіки. З цією метою слід встановити умови, за яких рівняння Еренфеста переходять в класичні, а саме:

$$m\frac{d^2\overline{x}}{dt^2}=-\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}.$$

В цьому випадку квантові рівняння переходять в класичні, коли $\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}=\frac{\partial U(\overline{x})}{\partial x}$, бо тоді прискорення частинки буде визначатись лише середнім значенням її координати $\overline{x}$, а не всіма значеннями $\frac{\partial U}{\partial x}$, але ж $\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}=\int_V\psi^*\frac{\partial U}{\partial x}\psi dV$. Втім $\frac{\partial U}{\partial x}$ можна розкласти в ряд Тейлора за нескінченно малим відхилом координати x від її середнього значення $\overline{x}$:

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x} + \frac{1}{1!}\frac{\partial^2 U(\bar{x})}{\partial x^2}(x-\bar{x}) + \frac{1}{2!}\frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}(x-\bar{x})^2 + \ldots$$

При цьому враховуємо, що:

1) $\int\limits_V \psi^* \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x}\psi dV \cong \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x}\int\limits_V \psi^*\psi dV = \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x}$,

де $\int\limits_V \psi^*\psi dV = 1$ – умова нормування хвильової функції;

2) $\int\limits_V \psi^* \frac{\partial U^2(\bar{x})}{\partial x^2}(x-\bar{x})\psi dV \cong \frac{\partial U^2(\bar{x})}{\partial x^2}\int\limits_V \psi^*(x-\bar{x})\psi dV = 0$,

де $\int\limits_V \psi^*(x-\bar{x})\psi dV = 0$ – умова визначення середнього значення для абсолютного відхилу;

3) $\int\limits_V \psi^* \frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}(x-\bar{x})^2\psi dV \cong \frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}\int\limits_V \psi^*(x-\bar{x})^2\psi dV = \frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}\overline{(x-\bar{x})^2}$, отже

$$\frac{\overline{\partial U}}{\partial x} \approx \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}\overline{(x-\bar{x})^2} + \ldots$$

Таким чином очевидно, що $\frac{\overline{\partial U}}{\partial x} \approx \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x}$ коли $\frac{\partial U(\bar{x})}{\partial x} >> \frac{1}{2}\frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial x^3}\overline{(x-\bar{x})^2}$ і квантові рівняння переходять у класичні коли потенціальна енергія змінюється досить плавно. Разом з тим, якщо потенціальна енергія змінюватиметься плавно при цьому і хвильова функція частинки має змінюватися достатньо плавно.

За допомогою співвідношень невизначеностей Гейзенберга у формі $\overline{\Delta p_x^2} \cdot \overline{\Delta x^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$ легко встановити ще один критерій пов'язаний із кінетичною енергією руху мікрооб'єкта, хвильовий пакет якого утворюється набором монохроматичних хвиль де Бройля, що мають імпульси в інтервалі $\bar{p}_x \pm \Delta p_x$:

$$T_{\hat{e}\hat{a}} = \frac{\overline{p^2}}{2m} = \frac{\overline{(\bar{p}_x \pm \Delta p_x)^2}}{2m} = \frac{\bar{p}_x^2}{2m} \pm 2\frac{\overline{\bar{p}_x \Delta p_x}}{2m} + \frac{\overline{\Delta p_x^2}}{2m} = \frac{\bar{p}_x^2}{2m} + \frac{\overline{\Delta p_x^2}}{2m},$$

де $T_{\hat{e}\ddot{e}} = \frac{\bar{p}_x^2}{2m}$, а $\overline{\Delta p_x} = 0$. Таким чином $T_{\hat{e}\hat{a}} = T_{\hat{e}\ddot{e}}$ коли $\frac{\bar{p}_x^2}{2m} >> \frac{\overline{\Delta p_x^2}}{2m}$, а це можливо коли кінетична енергія частинки досить велика. Згідно співвідношень невизначеностей Гейзенберга: $\overline{\Delta p_x^2} \geq \frac{\hbar^2}{4\overline{\Delta x^2}} \Rightarrow T >> \frac{\hbar^2}{8m\overline{\Delta x^2}}$.

Отже: квантовий рух переходить в класичний, якщо енергія частинки велика, а силове поле змінюється плавно. Втім це ще не остаточний висновок, оскільки з плином часу пакет хвиль розпливається і це є підставою для подальшого дослідження.

Насправді існує безліч прикладів, за допомогою яких можна продемонструвати співвідношення між класичним і квантовим описами фізичних систем. Зокрема: 1) Порівняння ймовірностей перебування частинки в області $x \in [x, x \pm dx]$ для теоретичних моделей гармонічного осцилятора з метою відшукання умов доцільності вибору квантової або класичної моделі до розв'язування прикладних задач фізики; 2) В статистичній фізиці, досліджуючи властивості ферміонного і бозонного квантових ідеальних газів, легко виявити умови переходу відповідних квантових статистичних розподілів Фермі-Дірака і Бозе-

Ейнштейна до класичного – Максвелла-Больцмана та встановити таким чином критерії виродження квантових статистик та причини існування таких станів: велика густина газу; мала маса частинки; низька температура, або поєднання перелічених факторів [2, с. 267-271]; 3) В курсі фізики твердого тіла існує декілька макроскопічних ефектів, які вдається обґрунтувати як з позицій класичних, так і квантових теоретичних схем. Зокрема ефект квантування магнітного потоку в надпровідниках, який можна пояснити як з позицій класичної теорії Лондонів, так і квантової теорії БКШ. Останню на рівні модельних уявлень про утворення куперівських пар у надпровіднику легко адаптувати до навчальних умов невеликого за обсягом навчального курсу [5]; 4) Аналіз теоретичної моделі квантово-класичної теорії Н. Бора і інші.

Останній приклад є вагомим для реалізації прикладного та професійно орієнованого контекстів математичного моделювання фізичних систем. З позицій прикладної спрямованості, згідно теорії Н. Бора:

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} n^2 ; \ \mathrm{v}_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar n} .$$

Тоді можна визначити частоту $\omega_{\text{кл}}$ обертання електрона в атомі згідно класичної формулою Ейлера $\vec{\mathrm{v}} = [\vec{\omega}_{\hat{\imath}\acute{a}}, \vec{r}]$ зв'язку між лінійною v_n та кутовою $\omega_{\hat{\imath}\acute{a}}$ швидкостями його руху за коловою орбітою радіуса r_n: $\omega_{\hat{e}\ddot{e}} = \omega_{\hat{\imath}\acute{a}} = \frac{\mathrm{v}_n}{r_n} = \frac{m_e e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^3 n^2}$.

Порівняємо цей класичний результат із граничним результатом аналізу квантової формули Бальмера-Рідберга. Якщо припустити, що у формулі Бальмера-Рідберга, де $n < m$ – цілі числа, $m = n + 1$, тоді:

$$\omega_{mn} = 2\pi R_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right),$$

за великих квантових чисел $n >> 1$, а у граничному випадку $n \to \infty$

$$\lim_{n\to\infty} 2\pi R_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) \cong 2\pi R_0 \frac{2}{n^3},$$

де $R_0 = \frac{m_e e^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3}$, тоді матимемо, що

$$\omega_{\hat{e}\hat{a}} \cong 2\pi R_0 \frac{2}{n^3} = \frac{m_e e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^3 n^2} \Rightarrow \omega_{\text{кв}} \cong \omega_{\text{кл}},$$

дійсно квантові закономірності переходять у класичні як окремий частинний випадок, критерій переходу – великі квантові числа.

Теорія Бора хоч і не має великої ваги для фундаментальної науки оскільки не володіє тою універсальністю, яка притаманна сучасній квантовій механіці, проте при підготовці майбутніх вчителів фізики є важливим елементом навчальних курсів фізики оскільки має перспективи реалізації професійної спрямованості навчання через можливість адаптації квантово-механічних уявлень у площину шкільних умов. Цьому зокрема сприяє вивчення співвідношень невизначеностей Гейзенберга, які дозволяють [3]: 1) узгодити корпускулярні і хвильові властивості мікрочастинок; 2) встановити межі застосовності до них понять класичної механіки; 3) виконувати прості напівкільнисні оцінки явищ мікросвіту. За допомогою співвідношень невизначеностей вдається показати, що в мікросвіті допустиме використання класичної механіки (в камері Вільсона, в бетатроні, в електронно-променевій трубці і ін.), що вказує на фундаментальність принципу відповідності у процесі формування системності знань з фізики – усвідомленого розуміння студентами місця фундаментальних законів і принципів у теоретичних схемах фізики у цілісній системі науки-фізики.

Важливим для аналізу явищ мікросвіту виявляється врахування релятивістських поправок та встановлення класифікаційних критеріїв визначення характерних швидкостей в природі, розмежування релятивістських та нерелятивістських процесів, що є вагомим елементом теоретичного контексту математичного моделювання фізичних систем. Для класифікації рухів доцільно використати формулу Ейнштейна, яка пов'язує повну енергію частинки з її імпульсом:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

щодо виділення трьох областей: 1) Класична: $m_0 c >> p$, або $\mathrm{v} \le 0{,}1c$; 2) Релятивістська: $m_0 c \approx p$, або $0{,}1c < \mathrm{v} < c$; 3) Ультрарелятивістська: $m_0 c << p$, $\mathrm{v} = c$, кожна з яких потребує спеціальних методів дослідження.

У квазірелятивістському випадку для встановлення критерію виродження релятивістської області у класичну достатньо розкласти формулу Ейнштейна у ряд Тейлора за нескінченно малим параметром $\frac{p^2}{m_0^2 c^2} \approx 0$. Використовуючи умову: $m_0 c >> p$, встановлюємо, що $\frac{p}{m_0 c} << 1$, а $\frac{p^2}{m_0^2 c^2} \to 0$, виконуємо перетворення відповідної формули:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} = c\sqrt{m_0^2 c^2\left(\frac{p^2}{m_0^2 c^2} + 1\right)} = m_0 c^2 \sqrt{\frac{p^2}{m_0^2 c^2} + 1} \cong$$

$$\cong m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{1!} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{p^2}{m_0^2 c^2} + 1 \right)^{-1/2} \Bigg|_{\frac{p^2}{m_0^2 c^2}} \frac{p^2}{m_0^2 c^2} + \ldots \right) \approx m_0 c^2 + \frac{p^2}{2m_0}$$

Тобто повну енергію об'єкта можна подати у вигляді двох незалежних доданків – його енергії спокою $E_0 = m_0 c^2$ та кінетичної енергії $T = \frac{p^2}{2m_0}$.

Озброєння студентів подібною методологією застосування математичних методів до аналізу фундаментальних законів фізики щодо встановлення критеріїв виродження теоретичних схем унаочнює не лише теоретичний контекст математичного моделювання фізичних систем, але й має перспективи професійної спрямованості через зміст задач шкільного курсу фізики.

Приклад. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл по колу радіусом $r = 4$ см. Знайти кінетичну енергію електрона.

Для відшукання адекватного умові задачі методу її розв'язку слід звернути увагу студентів на те, що електрон є мікроб'єтом, який перебуває під впливом достатньо сильного магнітного поля (для порівняння магнітне поле Землі, яке варіюється як у просторі, так і часі має середню магнітну індукцію на широті 50о $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл) і важливо з'ясувати якою частинкою слід вважати електрон, класичною чи релятивістською?

Розв'язок задачі зводиться до визначення швидкості або імпульсу електрона. Для цього запишемо рівняння руху електрона в магнітному полі. На електрон в магнітному полі діє сила Лоренца $\vec{F} = e[\vec{\mathrm{v}}, \vec{B}]$, перпендикулярна до вектора його швидкості $\vec{\mathrm{v}}$, при цьому рух частинки викривлюється до колової траєкторії, уздовж якої модуль швидкості не змінюється, сталою залишається і маса частинки, тоді рівняння її руху:

$$\frac{m_e v^2}{r} = evB,$$

звідки імпульс електрона у магнітному полі $p = erB$.

Для відповіді на запитання, яким є електрон класичним чи релятивістським, слід виконати обрахунок порівнювальних критеріальних величин – імпульсів p і $m_0 c$:

$p = erB = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 3{,}2 \cdot 10^{-23}$ кг□м/с,

$m_0 c = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8} = 27{,}3 \cdot 10^{-23}$ кг□м/с.

Отже, $p < m_0 c$, тому електрон – квазірелятивістська частинка. Відповідно,

$E = m_0 c^2 + T$,

де E і T – повна і кінетична енергії електрона. Повна енергія визначається формулою Ейнштейна, тоді для кінетичної енергії:

$$T = m_e c^2 \left(\sqrt{\frac{ð^2}{m_e^2 c^2} + 1} - 1 \right) =$$

$$= 27{,}3 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^{8} \left(\sqrt{\frac{3{,}2^2}{27{,}3^2} + 1} - 1 \right) = 5{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{Äæ, àáî}\ T = 3{,}5\ \text{êåÂ}.$$

Висновки. Встановлення критеріїв виродженнях теоретичних співвідношень, за яких нова фізична теорія включає попередню як окремий частинний випадок відображає не лише фундаментальність принципу відповідності у процесі навчання студентів фізики, але й виступає вагомим елементом реалізації контекстного (теоретичного, прикладного та професійно спрямованого) навчання математичного моделювання фізичних систем, уможливлюючи формування у тих, хто навчається теоретичного та критичного типів мислення, розкриваючи фізичних зміст об'єктивних закономірностей об'єктів дослідження фізики. З цих позицій математичне моделювання фізичних систем, явищ або процесів у фізичній системі, просторово-предметна структура якого із предметної галузі фізики переходить і лінійну послідовність математичних символів, які описують побудову і дослідження моделі, сприяє узгодженості обох мов мисленнєвого процесу. У такому узгодженні досліджуване явище зображується у вигляді символу, трансформується у лінійну послідовність мовних сигналів, що зумовлює краще розуміння і явища, і застосовних знань. Втім слід зазначити, що процес формування теоретичного мислення у навчанні фізики не зводиться до оперування лише абстрактними математичними символами, мета в іншому – цілеспрямованому формуванні системності – сукупності знань, яка за своєю структурою відповідає структурі наукової теорії та професійної спрямованості знань – кількості усвідомлених суб'єктом навчання зв'язків предметного знання із задачами майбутньої професійної діяльності, що формуються у процесі активної пізнавальної діяльності з фізики. З цих позицій значення професійного контексту щодо представлення принципу відповідності та встановлення критеріїв вродження теоретичних схем (умов переходу від нових теорій до старих) у навчальному процесі з фізики важко переоцінити оскільки такий контекст відкриває можливості для професійно орієнтованого навчання, пов'язаного із майбутньою професійною діяльністю вчителя фізики.

Нами встановлено наступні ознаки пізнавальної активності: потреба і уміння самостійно мислити, уміння орієнтуватись у новій ситуації, побачити проблему, відшукати підходи до її вирішення, критичність мислення, самостійність під час вирішення складних навчальних задач (творчих, дослідницьких, науково-пошукових і ін.), а також здатність обстоювати власну точку зору тощо. Якщо студент є активним учасником навчально-пізнавального процесу, якщо зміст навчання йому цікавий, є професійно значущим та передбачає безпосереднє його особистісне залучення до навчального процесу – з цих позицій відбувається підсилення і мотивації до навчання фізики, встановлення умов підвищення якої на засадах контекстної спрямованості математичного моделювання фізичних систем є перспективним напрямком наших подальших досліджень.

Використана література:

1. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход / А. А. Вербицкий. – М. : Высшая школа. – 1991. – 204 с.
2. Волчанський О. В. Термодинаміка і статистична фізика : навч. посібник [для студ. фізич. спец. вищ. пед. навч. закл.] / Волчанський О. В., Подопригора Н. В., Гур'євська О. М. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – 428 с.
3. Подопригора Н. В. Комплексне представлення співвідношень невизначеностей у процесі підготовки майбутніх учителів фізики / Н. В. Подопригора // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. – 2014. – II (13). – Issue : 26. – P. 48-54.
4. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологи : [в 2 т.] / С. Л. Рубинштейн. – М. : Педагогика, 1989. – Т. 2. – 1989. – 322 с.
5. Podoprygora N. V. How the Cycle of Scientific Knowledge is Reflected in the Course of Solid State Physics: the Effect of Magnetic Flux Quantization / N. V. Podoprygora, A. V. Tkachenko // American Journal of Educational Research. – 2014. – Vol. 2, № 12 B. – P. 61-69.

References:

1. Verbitckii A. A. Aktivnoe obuchenie v vysshei shkole: kontekstnyi podkhod / A. A. Verbitckii. – M. : Vysshaia shkola. – 1991. – 204 s.
2. Volchanskyi O. V. Termodynamika i statystychna fizyka : navch. posibnyk [dlia stud. fizych. spets. vyshch. ped. navch. zakl.] / Volchanskyi O. V., Podoprygora N. V., Hur'ievska O. M. – Kirovohrad : RVV KDPU im. V. Vynnychenka, 2012. – 428 s.
3. Podoprygora N. V. Kompleksne predstavlennia spivvidnoshen nevyznachenostei u protsesi pidhotovky maibutnikh uchyteliv fizyky / N.V. Podoprygora // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. – 2014. – II (13). – Issue : 26. – P. 48-54.
4. Rubinshtein S. L. Osnovy obshchei psikhologi : [v 2 t.] / S. L. Rubinshtein. – M. : Pedagogika, 1989. – T. 2. – 1989. – 322 s.
5. Podoprygora N. V. How the Cycle of Scientific Knowledge is Reflected in the Course of Solid State Physics: the Effect of Magnetic Flux Quantization / N. V. Podoprygora, A. V. Tkachenko // American Journal of Educational Research. – 2014. – Vol. 2, № 12 B. – P. 61-69.

Подопригора Н. В. Контекстная направленность обучения математическому моделированию физических систем с позиций принципа соответствия.

В статье представлены основные составляющие контекстного подхода к обучению математическому моделированию физических систем в процессе подготовки будущих учителей физики. В частности, выделены теоретический, прикладной и профессионально направленный контексты с целью формирования у будущих учителей физики математической компетентности в процессе обучения физике. Теоретический контекст обучения математическому моделированию физических систем представлен с точки зрения обоснования теорем Еренфеста в курсе квантовой механики. Установлена необходимая связь между утверждениями классической физики и квантово-механическими подходами по описанию движения микрообъектов. В частности доказано, что квантовые уравнения движения переходят в классические, если потенциальная энергия микрообъекта меняется плавно. С помощью соотношений неопределённости Гейзенберга показано, что квантовое движение переходит в классическое, если кинетическая энергия микрообъекта достаточно велика. Предложен один из вариантов классификации движения микрообъектов для классической, релятивистской и ультрарелятивистской областей с позиций анализа формулы Эйнштейна по бесконечно малому параметру соотношения его импульсов. Прикладной аспект контекстной направленности обучения представлен с точки зрения основных позиций теории Бора.

В частности, на примере формулы Бальмера-Ридберга показано, что квантовые закономерности переходят в классические, ели критерием перехода выступают большие квантовые числа. Профессиональная направленность математического моделирования физических систем представлена с позиций адаптации квантово-механических представлений в содержании задач школьного курса физики. Установлено, что поиск условий соответствия различных теоретических схем физики является важным элементом реализации контекстной направленности обучения математическому моделированию физических систем, открывая возможности по формированию у студентов теоретического и критического типов мышления.

Ключевые слова: *контекстное обучение, математическая компетентность по физике, принцип соответствия, классическое описание, квантово-механическое описание, релятивистское описание, системность знаний, будущий учитель физики.*

Podopryhora N. V. The Context orientation to Mathematical Physical Systems Modeling it in terms of Correspondence Principle.

In the article is examined principle of context orientation of teaching Mathematical Physical Systems Modeling it in terms of Correspondence Principle. As the theory of the atom, quantum mechanics is perhaps the most successful theory in the history of science. It enables physicists to calculate and predict the outcome of a vast number of experiments and to create new and advanced technology based on the insight into the behavior of atomic objects. But it is also a theory that challenges our imagination. The ground of expedience of realization of context of future professional activity in maintenance of teaching Mathematical Physical Systems Modeling from the point of view of Correspondence Principle is executed from point of theory of quality of knowledge's.

Keywords: *a context orientation of teaching, Mathematical Competence in Physics, Correspondence Principle, classic description, quantum-mechanical description, relativistic description, system orientation of quality of knowledge's, future teacher of physics.*